Angeblicher Nachweis von Ladungsentstehung bei Bewegung

(Letzte Bearbeitung: 24.10.2015)

Die "Dynamische Gravitationstheorie" (DGT) von Dieter Grosch (DG) geht von der Annahme aus, dass bei Bewegung eines Körpers in diesem eine Ladung entsteht:

> "Diese Theorie beschreibt die gesamte Physik nach den newtonschen Axiomen, wobei das Actio immer die anziehende Gravitation ist, die zwischen zwei Teilchen eine Bewegung als Reactio erzeugt, die dann als eine abstoßende el.-Ladung gesehen werden kann, oder auch als Antigravitation. Dadurch wird die gesamte Physik allein auf Newton zurückgeführt und alle bekannten Theorien sind dann nur noch speziellen Beschreibungen für verschiedene Verhältnisse von Gravitation und Antigravitation. Die Polarität der el.-Ladung erklärt sich dann dadurch, dass die Teilchen eben unterschiedliche el--Ladung besitzen, also ein Ladungsdifferenz, die dann zu einem überwiegen der Gravitation (Anziehung) führt, wodurch die Polarität der el.-Ladung erklärt werden kann und deren anziehende Wirkung erklärt
> Nach dieser Theorie errechnet sich die Ladung nach der Formel Q = sqrt(m*v^2*r), worin r der Radius der Erde ist, v ist die Bewegungsgeschwindigkeit des [Körpers] und m die Masse des [Körpers]." (siehe http://www.grosch.homepage.t-online.de/) Anzumerken ist, dass hier von DG das Gaußsche Einheitensystem verwendet wird. Im SI-System ergibt sich $Q=\sqrt{4\pi\varepsilon_0 \cdot m \cdot v^2 \cdot r}$.

Inhaltsverzeichnis

Angeblicher Nachweis von Ladungsentstehung bei Bewegung 1
A Experimenteller Teil 3
1. Versuche zum experimentellen Nachweis bewegungsinduzierter Ladung 3
1.1 Versuch von 2010 3
1.2 Versuch von 2012 5
2. Nachbau des Experiments von 2012 6
2.1. Störeinflüsse 7
2.1.1 Externe Wechselfelder 8
2.1.2 Bewegung der Spule im Erdmagnetfeld 13
2.1.3 Berühren der Spulenwicklung 13
2.1.4 Bewegung der Stäbe in der Spule 14
2.1.4.1 Aufladung durch Reibung 14
2.1.4.2 Antenneneffekt metallischer Stäbe 15
2.1.5 Weitere Fehlerquellen bei einem Freihandversuch 15
2.2. Messungen bei Stabbewegung 16
2.2.1 Nachvollziehen der vorgelegten Messungen 16
2.2.2 Auswertung 17
2.2.3 Weitere Messungen 19
3. Verbesserung des Aufbaus 22
3.1 RC-Glied als Tiefpass 22
3.2 Messungen 25
4. Zusammenfassung 27
B Analyse des Original-Versuchs von 2012 28
1. Eine falsche Formel zur Reproduktion der Daten 28
2. Spannungsverhältnisse bei unterschiedlichen Materialien 29
3. Eine übersehene Eigenschaft der Verstärkerschaltung 32
4. Spulenbewegung im Erdmagnetfeld 34

5. Zusammenfassung....36
C Theoretischer Teil: Induzierte Spannung in der DGT und Induktionsgesetz....38
1. Die "U-Formel"....38
2. "U-Formel" und Induktionsgesetz....39
3. Mathematische Modellierung der Geschwindigkeitsfunktion....39
3.1 Periodische Bewegung....39
3.2 Einmalige Bewegung....41
3.2.1 Ganzrationale Funktion....41
3.2.2 Glocken-Funktion nach Gauß....43
4. DGT-Ladung und Induktionsgesetz....44
D Ergänzungen und aktueller Stand....46
1. Vergleich von Messwerten und theoretischen Werten....46
1.1 Alte Messreihe mit dem Originalaufbau....47
1.2 Neue Messreihe mit verändertem Aufbau....48
2. Einführung geänderter Dielektrizitätszahlen....51
3. Oberflächen-Oxidschichten als Dielektrika....52
E Klassische Erklärung der gemessenen Spannungen....55
Anhang....63
1. Falsche Ableitung der Geschwindigkeit nach der Zeit....63
2. Falsche Beurteilung des Hochpasses....64
3. Modellierung der Geschwindigkeits-Funktion v(t)....75
3.1 Eine unsinnige Bastelei und eine weitere experimentelle Widerlegung der "Theorie"..75
3.2 Einfache e-Funktion....77
3.3 Quadratische Funktion 81
3.4 Experimentelle Untersuchung der Geschwindigkeits- und Spannungsverläufe....85
3.5 Trigonometrische Funktionen....88
3.6 Simulation der Stabbewegung auf einem Scanner....89
4. Glasstäbe und Glasrohre....93
4.1 Messwerte und Theorie....93
4.2 Wahre Ursache der Spannungsentstehung....94
5. Offset-Spannung des Verstärkers....96
5.1 Testmessungen....97
5.2 Messungen bei Stabbewegung in der Spule....99
6. Messungen am Hochpass mit dem AGILENT U1252B....101
6.1 Netzfrequentes Signal....101
6.2 Niederfrequentes Signal....102
6.3 Messungen am Versuchsaufbau....104
6.3.1 Tiefpass und Hochpass kombiniert....104
6.3.2 Hochpass allein....105
6.4 Weitere Auswertungen....111
6.4.1 Tiefpass und Hochpass kombiniert....111
6.4.2 Hochpass allein....113
7. Untersuchung des Einflusses eventueller Spulenbewegungen im Erdmagnetfeld....115
7.1. Messung der Flussdichte des Hufeisenmagneten....115
7.2. Magnet an der Spule 117
7.3 Theoretische Untersuchung....118

A Experimenteller Teil

1. Versuche zum experimentellen Nachweis bewegungsinduzierter Ladung

1.1 Versuch von 2010

Zum Nachweis dieser Ladung wurde bereits 2010 von DG ein Experiment beschrieben, bei dem ein Holz- bzw. ein Aluminiumstab in einer vertikal gehaltenen Spule auf- und abbewegt wurden. Die durch die Bewegung entstandene Ladung in den Stäben sollte der Theorie nach nun eine Induktionsspannung in der Spule hervorrufen. Um diese nachzuweisen wurde die Spule an einen Verstärker angeschlossen ($V = 1000$). Der Verstärker wurde unter Verwendung des Instrumentenverstärkers INA 114 (Texas Instruments) aufgebaut:

> "Man braucht den INA 114 nur mit einen 47 KOhm Widerstand zwischem einem Eingang und Referenz, einem 250 Ohm - Einstellregler zum einstellen der Verstärkung und zwischen Ausgang und der Referenz mit einem 16 myF das My Amperemeter zuschalten, an die Eingänge die Spule anzuschließen "

(DG in dsp, http://meinews.niuz.biz/paradox-t605484.html)

Ein Datenblatt zum INA114 findet man unter

http://focus.ti.com/docs/prod/folders/print/ina114.html

Im Ausgang des Verstärkers wurde ein Drehspulinstrument verwendet. Angeblich wurden Spannungen bei Stabbewegung registriert:

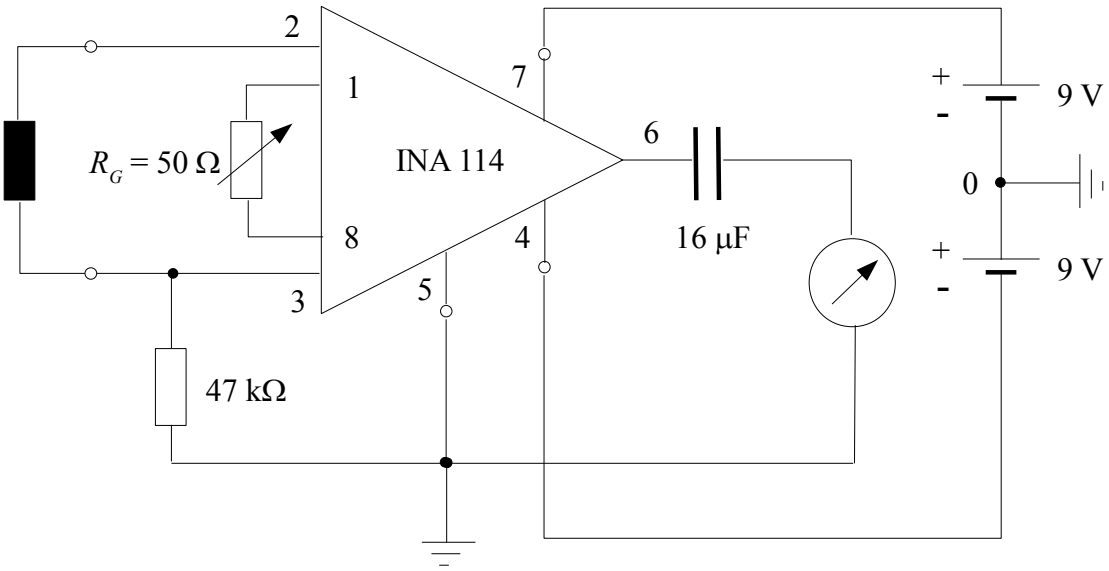
> "Messinstrment Dehstpul:Nullgerat +-30 myA 155 Ohm [...]
> [Spule:] Windungszahl n = 850, Länge L = 2 cm, Durchmesser d = 1,2 cm [...]
> Ausschlägen von etwa 150 my A bei Al und etwa 70 my A bei Holz
> [Ausgangsspannung U_a:]
> Die ist dann U=I*R das ist dann
> Bei Al-Stab 150*10^-6*155=23,5 mV
> und Holz_Stab 70*10^-6*155=10,8 mV
> Das entsprich spulesannungen von 23 bzw. 11+10^-6 V"

(DG in dsp, 21.11.2010, http://www.freag.net/de/t/1yqwd/paradox/4)

Daran ist bemerkenswert, dass bei einem Messbereich von 30 µA Ströme von 70 µA oder sogar 150 µA gemessen worden sein sollten... Die angegebenen Werte müssen daher als frei erfunden angesehen werden.

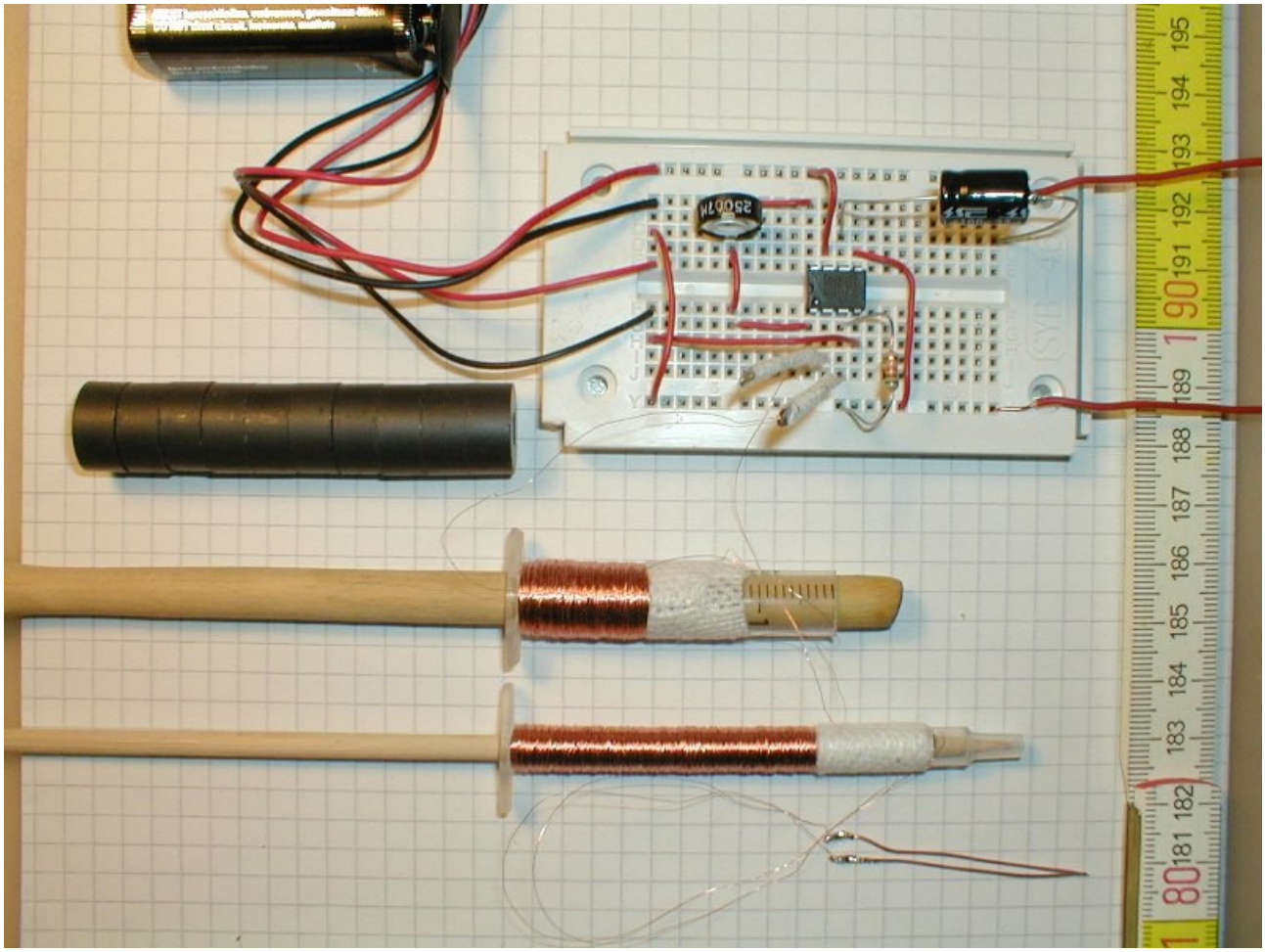
Das Experiment wurde nach den Angaben von DG nachgebaut:

$V_U = 1 + 50\ \text{k}\Omega / R_G = 1000$



Messgerät	Drehspul-Multimeter, Messbereich 50 µ A bzw. 0,15 V Auflösung: 0,5 µ A bzw. 1 mV
Spule 1	(Nachbau der beschriebenen Spule) Windungszahl n = 850 (CuL 0,1 mm) Länge L = 2 cm Innen-Durchmesser d = 0,9 cm
Stäbe 1:	* Holz (0,68 g/cm^3), * Aluminium (2,7 g/cm^3), Durchmesser: d_{St} = 0,8 cm
Spule 2:	(für weitere Versuche) Windungszahl n = 1100 (CuL 0,1 mm) Länge L = 5 cm Innen-Durchmesser d = 0,55 cm
Stäbe 2:	Holzstab d_{St} = 0,45 cm

Bild des Aufbaus:



Die zweite, längere Spule wurde für weitere Vergleichsmessungen benutzt. Die abgebildeten Scheibenmagnete wurden zu Testzwecken bei der Funktionsprüfung des Aufbaus verwendet. Bei der eigentlichen Versuchsdurchführung wurden diese Magnete weit entfernt gelagert.
Mit dieser Anordnung ergab sich zweifelsfrei, dass die Bewegung der Stäbe in der Spule nicht zum Entstehen der behaupteten Spannungen führt. Tatsächlich zeigte das Drehspulinstrument keine Reaktion...

1.2 Versuch von 2012

Im Juni 2012 wurden von Dieter Grosch neue Messergebnisse vorgelegt, die mit dem schon 2010 beschriebenen Aufbau, aber besserer Messtechnik erzielt worden sein sollten:

> "Aufbau des neuen Experimentes:
> Als Messgerät wurde eine Spule auf einem Kern mit 12 mm Innendurchmesser und einer Höhe von 20 mm benutzt, auf der 50 m Cu-Lackdraht von 0,1 mm Durchmesser gewickelt waren, was etwa 850 Windungen entsprach. Die in diese Spule induzierte Spannung wurde über einen Vorverstärken (Bild), mit einer Verstärkung von 1000 fach, an einem Digital-Multimeter AGILENT U1252B DMM 50.000 COUNTS mit einer Empfindlichkeit von 0,001 mV/ Digit, das über das Anzeigegerät der Schaltung (ein Drehspulinstrument mit einem Innenwiderstand von 155 Ohm) geschaltet war, bestimmt. [...]
>
> Durchführung der Messungen:
>
> Das Problem bei diesem Experiment ist die Störung der Messergebnisse durch das Erdmagnetfeld, denn eine Bewegung der Spule kann bereits ein beträchtliches Messsignal erzeugen, deshalb ist es notwendig, zum einen die Spule nicht zu bewegen (ruhende Spule),

sowie durch statistische Auswertung von Messreihen diese von den zu messenden Signalen zu trennen. Für diesen Zweck ist das verwendete Messgerät hervorragend ausgestattet. Es verfügt über eine Maxima - Minima Speicherung
Zunächst wird untersucht ob ein Messsignal vom Untergrund des Erdmagnetfeldes getrennt werden kann. Dazu wurde die entsprechende Funktion am Messgerät aktiviert, wobei in der Spule ein Holzstab von 10 mm Durchmesser gesteckt war. Die Messung wurde in zwei Schritten ausgeführt, im ersten Schritt wurde nach dem Einschalten der Funktion der maximal und der minimal Wert der ruhenden Spule bestimmt, danach wurde der Stab auf und nieder bewegt und danach das Maximum und Minimum erneut abgelesen"

(siehe http://www.grosch.homepage.t-online.de/)

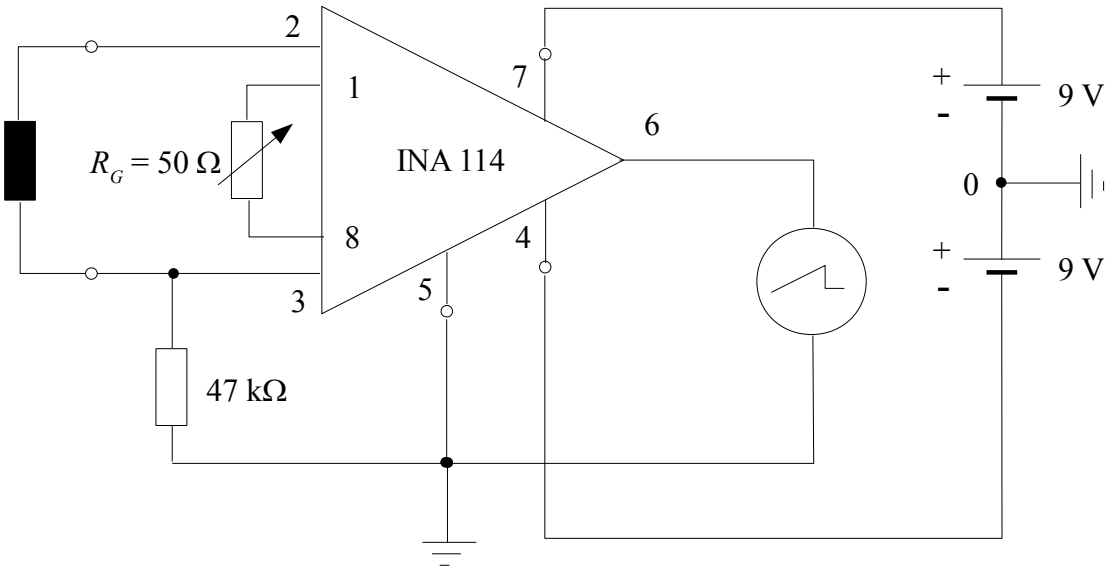
Ein Handbuch zu dem verwendeten Messgerät ist z.B. hier zu finden:

http://www.produktinfo.conrad.com/datenblaetter/125000-149999/128003-an-01-de-AGILENT_U1251B_DMM_50000_COUNTS.pdf

2. Nachbau des Experiments von 2012

Da am Aufbau von 2010 nichts geändert wurde, konnte der nach den Angaben von DG angefertigte Nachbau weiter verwendet werden, wobei statt des Drehspulinstruments nun ein digitales Speicheroszilloskop verwendet wurde:

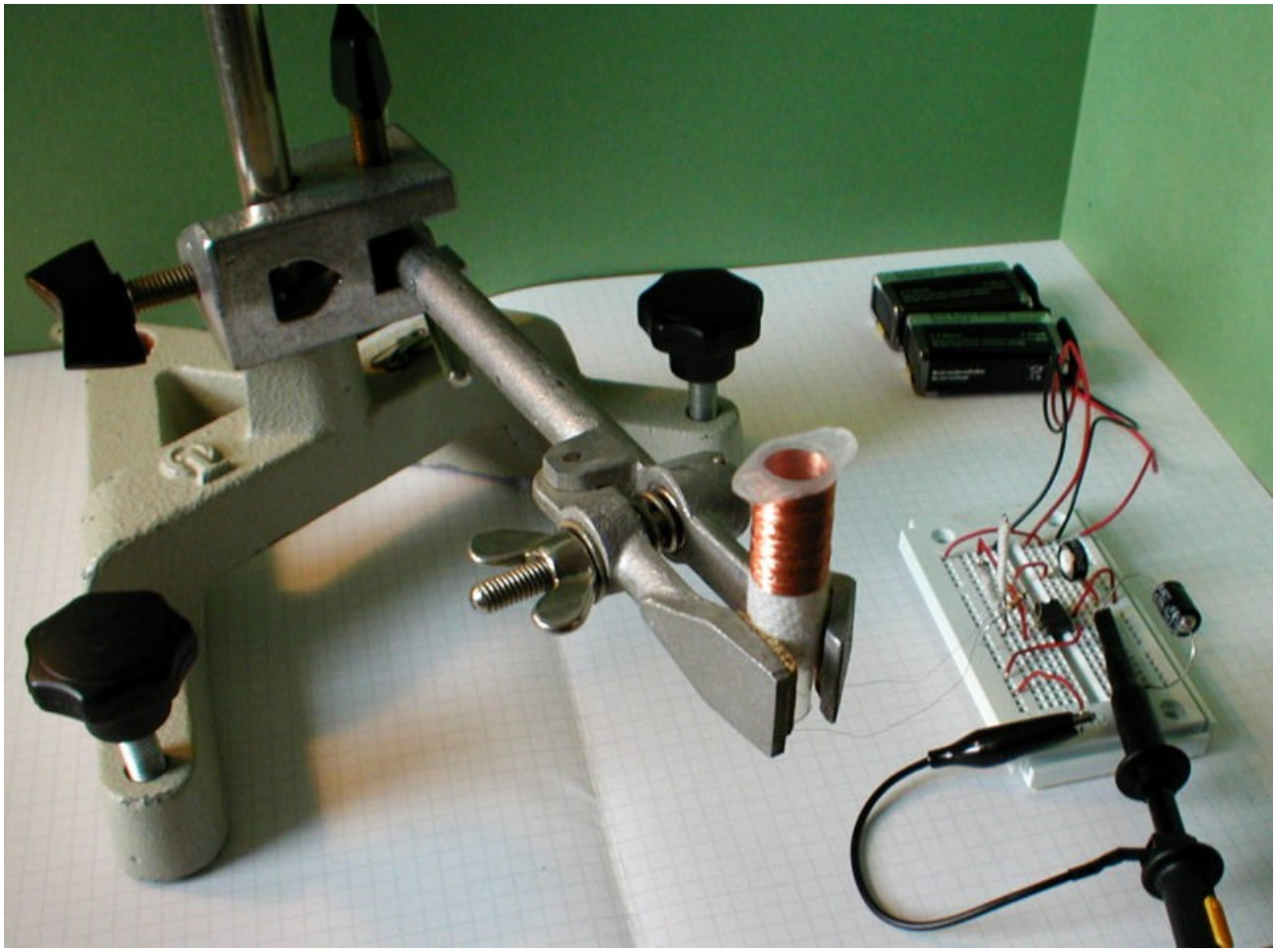
$V_U = 1 + 50\ \text{k}\Omega/R_G = 1000$



Messgerät:	digitales Speicheroszilloskop (batteriebetrieben); Während eines Messzeitintervalls ermittelt und speichert das Gerät das aufgetretene Spannungsmaximum U_{max}, das Spannungsminimum U_{min} und den Spannungshub $U_{pp} = U_{max} - U_{min.}$
Spule:	Windungszahl $n = 850$ (CuL 0,1 mm) Länge $L = 2$ cm Innen-Durchmesser $d = 1{,}0$ cm
Stäbe:	wie 2010: * Holz (0,68 g/cm^3),

	* Aluminium (2,7 g/cm^3), Durchmesser: d_{St} = 0,8 cm neu dazu genommen: * Messing (8,6 g/cm^3), Durchmesser: d_{St} = 0,8 cm * Messingrohr, Aussendurchmesser d_a = 0,8 cm, Innendurchmesser d_i = 0,6 cm

Um die *Bewegung der Spule im Erdmagnetfeld* auszuschließen wurde die Spule in vertikaler Lage mit Stativmaterial und einem nicht-magnetischen Klemmhalter fixiert. Im folgenden Bild ist die Spule zur besseren Sichtbarkeit mit dem Halter um 180° nach oben gedreht. Bei Messungen befand sich die Wicklung stets unterhalb des Halters.



2.1. Störeinflüsse

Die wichtigsten Störeinflüsse neben dem Erdmagnetfeld sind:

1. *externe Wechselfelder:*
   a) Diese können z.B. durch in der Nähe des Aufbaus betriebene Elektrogeräte hervorgerufen werden. Dies kann zu einer netzfrequenten Induktionsspannung in der Spule führen.
   b) Ebenso tragen höherfrequente Anteile des Elektrosmogs zu entsprechenden

Störspannungen in der Spule bei.

c) Metallische Stäbe wirken wie Antennen. Wenn sie durch höherfrequente externe Wechselfelder zum Schwingen angeregt werden, dann können sie bereits in Ruhelage in der Spule zu einer Erhöhung der Störspannungen führen.

2. *Bewegung der Spule im Erdmagnetfeld:* Dies tritt auf, wenn der Versuch als Freihandversuch ausgeführt wird, also die Spule nicht fixiert ist, wenn die Stäbe in ihr bewegt werden. Folge davon ist eine Induktionsspannung, die irrtümlich für das erwartete DGT-Mess-Signal gehalten werden könnte.
3. *Berühren der Spulenwicklung:* Dadurch können - wie beim EKG - Spannungssignale, die auf Herzaktivitäten beruhen, mit der Spule erfasst werden. Diese Störspannungen treten mit der Herzfrequenz des Experimentators auf.
4. *Bewegung der Stäbe in der Spule:*

   a) Die bei der Bewegung unvermeidliche Reibung zwischen Stab und Spulenkörper kann zu Aufladungen führen, die in unkontrollierbarer Weise die an der Spule auftretende Spannung beeinflussen.

   b) Eine Anordnung wie die vorliegende ist auch sensitiv gegen Eingriffe von außen in folgendem Sinne: Die Kapazitäten im Eingangskreis liegen in der Größenordnung von einigen pF bis zu einigen 10 pF. Bei Bewegung der Stäbe, die ja von Hand gehalten werden, ändert man zwangsläufig die kapazitiven Verhältnisse. Dabei treten Spannungen auf und es fließen Ausgleichsströme. Am hochohmigen Eingangswiderstand des Verstärkers können dann Spannungen entstehen, die nach Verstärkung am Ausgang irrtümlich für die erwartete DGT-Spannung gehalten werden können.

   c) Die in 1c) genannte Antenneneigenschaft zum Schwingen angeregter metallischer Stäbe kann noch eine weitere Folge haben: Bei der Bewegung der Stäbe in der Spule würde dann ein elektromagnetisches Wechselfeld mitbewegt, was zu weiteren induzierten Störspannungen in der Spule führen könnte, die über die Störspannungen hinaus gehen, die ein in der Spule ruhender Metallstab schon bewirkt.

Bis auf die externen Wechselfelder treten diese Fehlerquellen nur bei der Stabbewegung auf, so dass die damit verbundenen Störspannungen irrtümlich für das erwartete DGT-Signal gehalten werden könnten.

Um möglichst genaue Aussagen über in der Spule auftretende Spannungen zu erhalten, wurde der zeitliche Verlauf der Ausgangsspannung des Verstärkers zwischen Pin 5 und Pin 6 mit einem batteriebetriebenen Speicheroszilloskop aufgezeichnet. Dabei wurden von dem Gerät während der jeweiligen Messzeit auch folgende Größen erfasst: aufgetretenes Spannungsmaximum U_{max} und Spannungsminimum U_{min} sowie der Spannungshub $U_{pp}=U_{max}-U_{min}$. Für jede im folgenden Abschnitt 2.1.1 beschriebene Anordnung wurden 10 Einzelmessungen mit je 20 Sekunden Messzeit durchgeführt. Daraus wurden der Mittelwert von U_{pp} und die Standardabweichung s berechnet.

2.1.1 Externe Wechselfelder

Teil 1:

Die Spule und die eingeführten Stäbe wurden bei den im folgenden beschriebenen Voruntersuchungen zunächst mit Hilfe von Büchern abgestützt, um eine feste vertikale Lagerung herzustellen. Die Spule hatte dabei schon die Position, in der sie bei den späteren Messungen bei Stabbewegungen fixiert wurde.

Am Experimentiertisch befand sich eine Arbeitsleuchte (Energiesparlampe), die sich als eine Hauptquelle für externe Wechselfelder erwies. Bild 1 zeigt den Spannungsverlauf in der aufrecht stehenden, leeren Spule bei zunächst ausgeschalteter Leuchte:

Bild 1

Zu erkennen ist die Periodizität des Störsignals mit der Periodendauer $T = 20$ ms, entsprechend der Netzfrequenz 50 Hz.

Für den Mittelwert des Spannungshubs U_{pp} ergab die oben beschriebene mehrfache Messung $U_{pp} \pm s = (5{,}17 \pm 0{,}64)\,\mathrm{mV}$.

Bei eingeschalteter Leuchte ergab sich eine größere Störspannung: $U_{pp} \pm s = (10{,}79 \pm 1{,}17)\,\mathrm{mV}$:

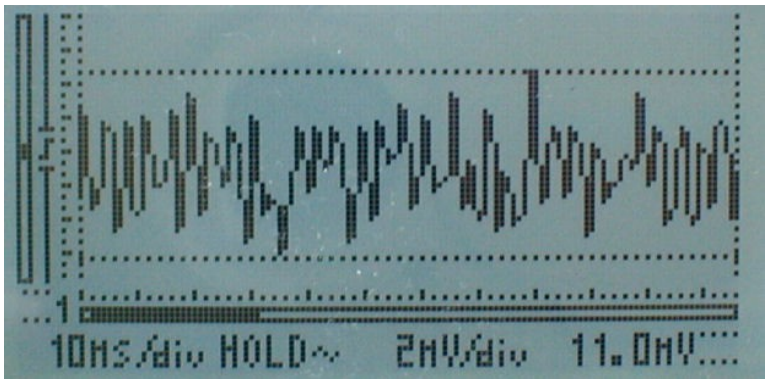


Bild 1a

Zu dem netzfrequenten Störsignal ist hier ein höherfrequentes Störsignal hinzu gekommen. Eine feinere zeitliche Auflösung lässt eine Periodendauer von etwa $T \approx 30\,\mu s$ erkennen:

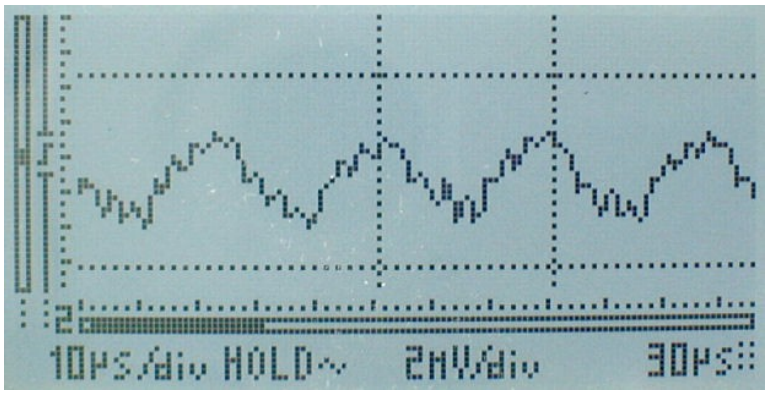


Bild 1b

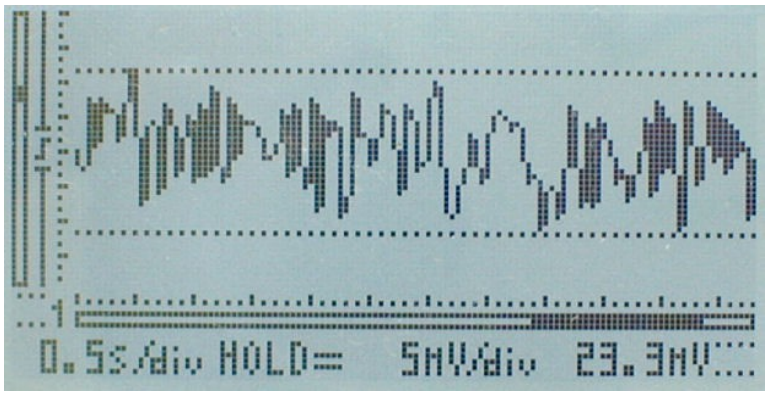
Die zugehörige Frequenz $f \approx 33\,\mathrm{kHz}$ lässt sich mit der Betriebsfrequenz der Leuchte identifizieren.

Weitere Beobachtungen:

- Bei eingeschalteter Leuchte hängt die Höhe der Störspannung stark von der Entfernung der Spule von der Leuchte ab. Bei Annäherung wurden Spannungen von $U_{pp} \approx 10 \ldots 20\,\mathrm{mV}$ registriert.
- Ebenfalls Einfluss hat die Lagerung der Spule: stehend oder liegend (was zu einer Spannungsvergrößerung führte).
- Schließlich wurde noch bei der liegenden Spule ein Einfluss der Orientierung der Achse zur Leuchte beobachtet.

Daraus ist für die spätere Untersuchung (Bewegung der Stäbe in der Spule) abzuleiten, dass die räumliche Lage der Spule nicht verändert werden sollte.

Weitere Untersuchungen:

Leuchte an:	Leuchte aus:
aufrecht stehende Spule, mit eingestecktem Holzstab:	
$U_{pp} = (10{,}54 \pm 0{,}90)\,\mathrm{mV}$	$U_{pp} = (5{,}82 \pm 0{,}79)\,\mathrm{mV}$
aufrecht stehende Spule, mit eingestecktem Aluminiumstab:	
$U_{pp} = (22{,}07 \pm 1{,}47)\,\mathrm{mV}$ (s. Bild 2)	$U_{pp} = (8{,}10 \pm 1{,}64)\,\mathrm{mV}$
 Bild 2	

aufrecht stehende Spule, mit eingestecktem Messingstab:	
$U_{pp} = (22{,}46 \pm 1{,}92)\,\mathrm{mV}$	$U_{pp} = (8{,}22 \pm 0{,}82)\,\mathrm{mV}$
aufrecht stehende Spule, mit eingestecktem Messingrohr:	
$U_{pp} = (22{,}24 \pm 0{,}87)\,\mathrm{mV}$	$U_{pp} = (7{,}17 \pm 0{,}46)\,\mathrm{mV}$

Vergleich:

Die Störspannungen sind bei eingeführtem, ruhenden Holzstab ebenso groß wie bei der leeren Spule. Bei eingeführtem, ruhenden Aluminiumstab, Messingstab und Messingrohr ergibt sich eine größere Störspannung. Das lässt sich als der oben schon angesprochene "Antenneneffekt"

verstehen, da ein metallischer Stab als Dipolantenne wirkt, und somit zusätzliche Störspannungen in die Spule einkoppelt.

Eine feinere zeitliche Auflösung als in Bild 2 lässt erkennen, dass dem Störsignal mit der Betriebsfrequenz der Leuchte noch ein höherfrequentes Störsignal überlagert ist:

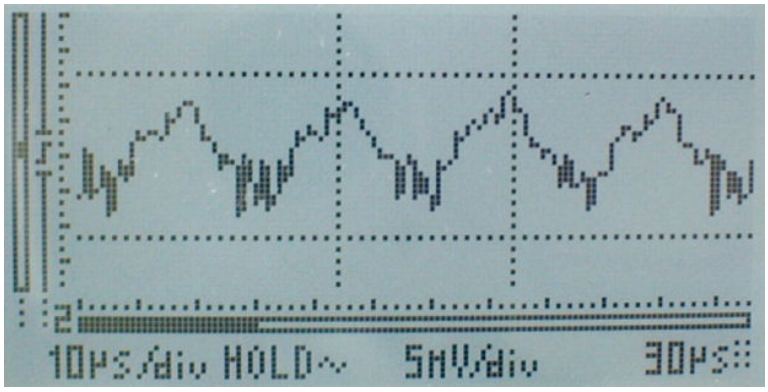


Bild 2a

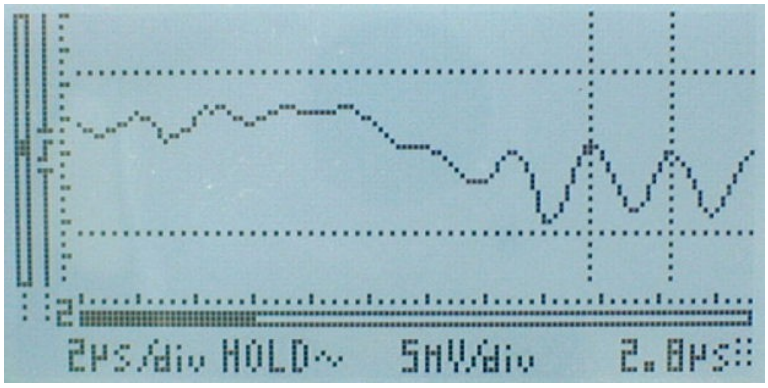
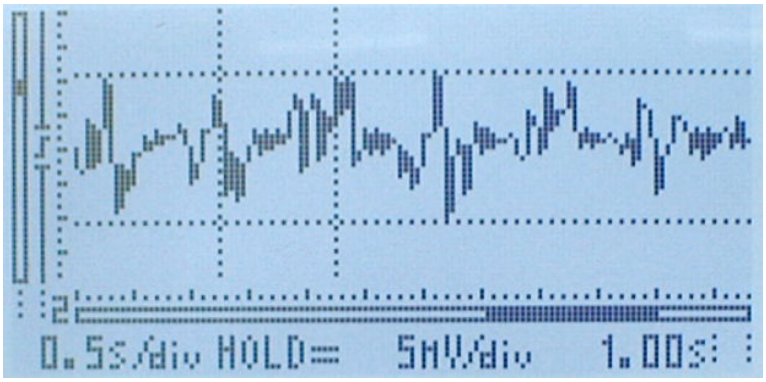


Bild 2b

Eine Berührung der in der Spule ruhenden metallischen Stäbe mit der Hand führt zu Änderungen der Störspannungen, die bei nicht berührtem Stab registriert wurden. Dabei kommt es darauf an, ob die Stäbe direkt (mit der bloßen Hand) oder isoliert berührt werden:

Leuchte an:	Leuchte aus:
Aluminiumstab direkt berührt:	
$U_{pp} = (21{,}30 \pm 1{,}11)\,\mathrm{mV}$	$U_{pp} = (22{,}47 \pm 2{,}39)\,\mathrm{mV}$ (s. Bild 3)
 Bild 3	

Aluminiumstab isoliert berührt:	
$U_{pp}=(17{,}00\pm1{,}15)\,\mathrm{mV}$	$U_{pp}=(13{,}07\pm1{,}22)\,\mathrm{mV}$
Messingstab direkt berührt:	
$U_{pp}=(29{,}07\pm2{,}05)\,\mathrm{mV}$	$U_{pp}=(28{,}04\pm2{,}93)\,\mathrm{mV}$
Messingstab isoliert berührt:	
$U_{pp}=(21{,}53\pm2{,}16)\,\mathrm{mV}$	$U_{pp}=(16{,}73\pm1{,}61)\,\mathrm{mV}$

Daraus ist für die spätere Untersuchung (Bewegung der Stäbe in der Spule) abzuleiten, dass die metallischen Stäbe nicht direkt, sondern über eine Isolierung angefasst werden sollten.

Weiter hat sich bei allen Voruntersuchungen gezeigt, dass bei den späteren Messungen bei Stabbewegung bekannte externe Störquellen möglichst ausgeschaltet werden sollten - bei der hier gegebenen Umgebung betrifft das die genannte Leuchte.

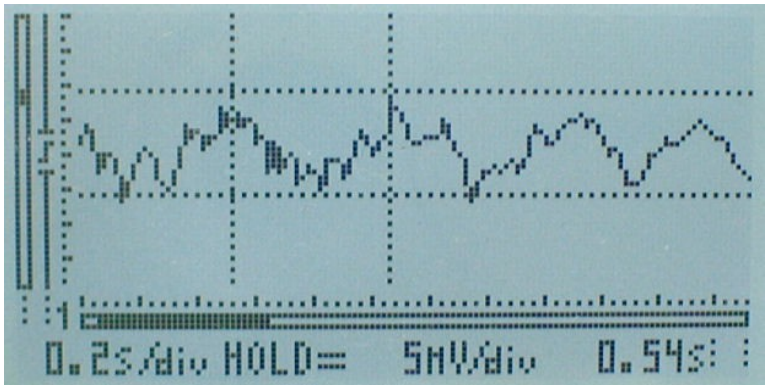
Teil 2:

Um festzustellen, ob das Stativmaterial weitere Störungen verursacht, wurden mehrere Messungen bei ausgeschalteter Leuchte durchgeführt, bei denen wieder jeweils aufgetretenes Spannungsmaximum U_{max} und Spannungsminimum U_{min} sowie der Spannungshub $U_{pp}=U_{max}-U_{min}$ registriert wurden. Wie in Teil 1 wurden jeweils 10 Einzelmessungen mit je 10 Sekunden Messzeit durchgeführt und daraus die Mittelwerte und die Standardabweichungen berechnet.

Lagerung der Spule ohne Stativ (wie in Teil 1)	Fixierung der Spule mit Stativ
1. leere Spule $U_{max}=(4{,}11\pm0{,}73)\,\mathrm{mV}$ $U_{min}=(-4{,}61\pm0{,}80)\,\mathrm{mV}$ $U_{pp}=(8{,}75\pm1{,}45)\,\mathrm{mV}$	2. leere Spule $U_{max}=(3{,}85\pm0{,}49)\,\mathrm{mV}$ $U_{min}=(-4{,}61\pm0{,}38)\,\mathrm{mV}$ $U_{pp}=(8{,}51\pm0{,}73)\,\mathrm{mV}$
3. Spule mit Al-Stab, isoliert berührt $U_{max}=(3{,}87\pm0{,}62)\,\mathrm{mV}$ $U_{min}=(-4{,}35\pm0{,}67)\,\mathrm{mV}$ $U_{pp}=(8{,}30\pm1{,}17)\,\mathrm{mV}$	4. Spule mit Al-Stab, isoliert berührt $U_{max}=(4{,}19\pm0{,}57)\,\mathrm{mV}$ $U_{min}=(-4{,}31\pm0{,}52)\,\mathrm{mV}$ $U_{pp}=(8{,}54\pm1{,}01)\,\mathrm{mV}$

Es sind keine Unterschiede in den Störspannungen zu beobachten. Das Stativmaterial verursacht also keine weiteren Störungen.

2.1.2 Bewegung der Spule im Erdmagnetfeld

nicht fixierte aufrechte Spule, leer; Ausführung kleiner, schneller Pendelbewegungen etwa in Nord-Süd-Richtung um den unteren Auflagepunkt (Diese Bewegungen entsprechen etwa den Bewegungen der Spule, die sich bei Auf- und Abbewegen eines Stabes in der vertikal gehaltenen Spule ohne Fixierung ergeben können.)	
Leuchte an:	Leuchte aus:
$U_{pp} \approx 15\,\text{mV}$ (s. Bild 4)	$U_{pp} \approx 10\,\text{mV}$
 Bild 4	

Solche Spannungen können irrtümlich für das erwartete DGT-Mess-Signal gehalten werden.

Daraus ist für die spätere Untersuchung (Bewegung der Stäbe in der Spule) abzuleiten, dass die Spule fixiert werden sollte.

2.1.3 Berühren der Spulenwicklung

Leuchte an:	Leuchte aus:
aufrecht stehende Spule, leer, Berühren der Wicklung mit zwei Fingern am oberen Rand:	
$U_{pp} \approx 25\,\text{mV}$	$U_{pp} \approx 20\,\text{mV}$
aufrecht stehende Spule, leer, Berühren der Wicklung mit zwei Fingern in der Mitte:	
$U_{pp} \approx 60\,\text{mV}$ (s. Bild 5 und 6)	$U_{pp} \approx 50\,\text{mV}$

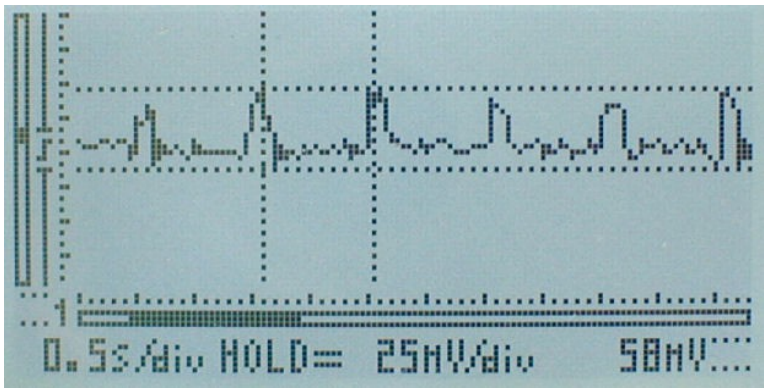


Bild 5

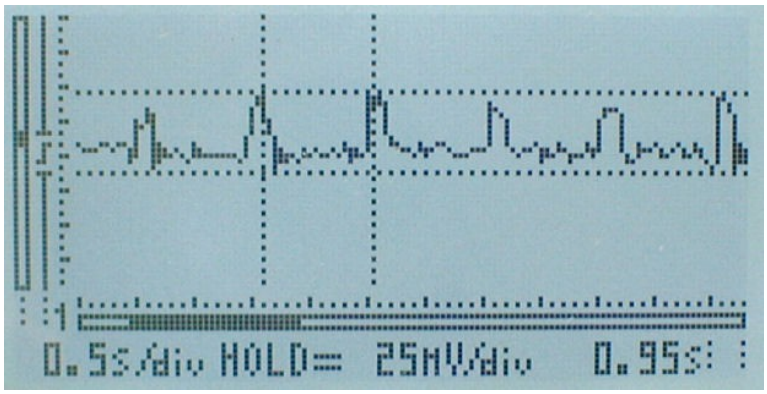


Bild 6

Hier ist die Periodizität des Störsignals erkennbar: $T = 0{,}95$ s - das entspricht der Pulsfrequenz des Experimentators bei dieser Messung (63/min).

Weitere Beobachtung: Die Höhe der Störspannung hängt ab von dem Druck, der mit den Fingern auf die Wicklung ausgeübt wird. Je fester die Spule gehalten wird, desto größer ist die Spannung.

Aus den hier dargestellten Messungen und Beobachtungen ist für die spätere Untersuchung (Bewegung der Stäbe in der Spule) abzuleiten, dass die Spulenwicklung bei der Messung nicht berührt werden darf.

2.1.4 Bewegung der Stäbe in der Spule

2.1.4.1 Aufladung durch Reibung

Wenn der in der Spule bewegte Stab den Innenraum der Spule möglichst gut ausfüllen soll (Forderung von DG), dann lässt sich bei Bewegung des Stabes von Hand Kontakt, und damit Reibung, zwischen Stab und Spulenträger nicht vollständig vermeiden. Dadurch kommt es zu reibungselektrischer Aufladung von Spulenträger und Stab. Wird die Spule während des Versuchs von Hand gehalten und nicht fixiert, tritt dieser Störeffekt noch stärker auf.

Der verwendete Spulenträger besteht aus Polypropylen/Polyethylen. Holz und Aluminium stehen in der triboelektrischen Reihe oberhalb des Spulenträgermaterials, so dass es bei Reibung eines Stabes (der aus einem dieser Materialien besteht) am Spulenträger zur Aufladung beider Körper kommt. Das kann zu schwer abschätzbaren Störspannungen in der Spule führen.

Zur Orientierung über die Größe der zu erwartenden Störspannung wurden folgende Vorversuche durchgeführt. Dabei wurde zum Nachweis kleiner Ladungsmengen ein einfacher, aber empfindlicher Ladungsanzeiger verwendet: Ein Papierstreifen (20 cm Länge, 2 cm Breite) wurde in der Länge gefaltet und leicht drehbar in der Mitte gelagert. Dabei wurde auf gegen Zugluft geschützte Lage geachtet.

Probemessungen:

a) Holzstab und Spule wurden mit dem Ladungsanzeiger überprüft: Es war keine Überschussladung nachweisbar.

b) fixierte Lagerung der Spule, Holzstab in die Spule gesteckt, Leuchte ausgestellt, Kontrolle der Störspannung: $U_{pp} \approx 6{,}5\,\mathrm{mV}$ (in Übereinstimmung mit den Messungen in 2.1.1 - also gleiche Bedingungen)

c) Bewegung des Holzstabs - Hubhöhe ~ 6 cm
   c1) Holzstab in der Spule 20 Sekunden lang auf- und abbewegt ($T \sim 1$ s), wobei auf möglichst reibungsarme Bewegung geachtet wurde. Es ergab sich wieder $U_{pp} \approx 6{,}5\,\mathrm{mV}$.
   Anders gesagt: Es war keine über die netz- und höherfrequente Störspannung hinausgehende weitere Spannung zu erkennen.
   Mit dem Ladungsanzeiger war anschließend auf dem Spulenträger nur sehr schwache Ladung nachweisbar.
   c2) Holzstab in der Spule 20 Sekunden lang schneller auf- und abbewegt ($T \sim 0{,}3$ s), wobei Reibung nicht mehr gut zu vermeiden ist. Hier ergab sich $U_{pp} \approx 9\,\mathrm{mV}$, also eine höhere Störspannung.
   Mit dem Ladungsanzeiger war anschließend auf dem Spulenträger deutliche Ladung nachweisbar.

Aus diesen Beobachtungen ist für die eigentliche Messung abzuleiten, dass die Stabbewegung so reibungsarm wie nur möglich auszuführen ist.

2.1.4.2 Antenneneffekt metallischer Stäbe

Mit dem von DG vorgegebenen Versuchsaufbau (der für die noch durchzuführenden Messungen bei Stabbewegung zu verwenden ist) kann zunächst noch keine experimentelle Untersuchung dieser Störgröße durchgeführt werden. Im Abschnitt 3 wird später eine Verbesserung des Aufbaus vorgenommen, die eine Unterdrückung des Einflusses eines eventuell vorliegenden Antenneneffektes ermöglicht.

2.1.5 Weitere Fehlerquellen bei einem Freihandversuch

Bei ausgeschalteter Leuchte und aufrecht auf dem Tisch stehender leerer Spule wurden folgende Untersuchungen zum Einfluss des Haltens der Spule und der Bewegung der zweiten Hand (ohne Stab) angestellt:

1. Messen des Hintergrund-Störsignals in der unberührten Spule, keine Bewegung der Hand in der Nähe der Spule.
2. Halten der Spule mit zwei Fingern am wicklungsfreien oberen Ende, Ausführen einer Auf- und Ab-Bewegung der zweiten Hand, wie sie bei der Stabbewegung ausgeführt werden würde.
3. Wie Punkt 2, wobei zusätzlich ein Anschlussdraht der Spule berührt wurde.

Zu jedem Punkt wurden 40 Einzelmessungen durchgeführt und Mittelwert U_{pp} und Standardabweichung s bestimmt. Ergebnis:

	$(U_{pp} \pm s)/\mathrm{mV}$
1.	4,79 ± 0,77
2.	5,36 ± 0,75
3.	8,73 ± 0,95

Es ist zu erkennen, dass bei einem Freihandversuch das Halten der Spule bereits zu einer geringen Vergrößerung der Störspannung in der frei ruhenden Spule führen kann. Die Bewegung allein - ohne Stab - scheint eher ohne größeren Einfluss zu sein.

Hinzu kommt bei einem Freihandversuch (bei dem die Spule nicht wie hier fest auf dem Tisch steht) weiter noch eine Störspannung durch Bewegung der Spule im Erdmagnetfeld, die unvermeidlich ist, wenn die Stäbe in ihr bewegt werden (vgl. Abschnitt 2.1.2).

2.2. Messungen bei Stabbewegung

Die externen Wechselfelder konnten bei dem beschriebenen Aufbau nicht abgeschirmt werden. Durch die Voruntersuchungen haben sich aber zusammengefasst folgende Bedingungen für die Durchführung der eigentlichen Messungen ergeben:

- die räumliche Lage der Spule darf während aufeinander folgender Messungen nicht verändert werden
- Umgebungsbedingungen (wie z.B. eingeschaltete Elektrogeräte) dürfen während einer Messung nicht verändert werden
- die Spule ist zu fixieren
- die Spulenwicklung darf nicht berührt werden
- die Bewegung eines Stabes in der Spule sollte möglichst reibungsarm erfolgen
- die Metallstäbe (Al, Messing) sind nicht direkt, sondern über eine Isolierung anzufassen.

Insbesondere ergibt sich aus diesen Forderungen, dass ein "Freihandversuch", bei dem die Spule mit der Hand vertikal gehalten wird, ungeeignet ist, um das Entstehen einer hypothetischen, durch Bewegung entstehenden Ladung nachzuweisen.

2.2.1 Nachvollziehen der vorgelegten Messungen

Die von DG vorgelegten Messergebnisse wurden auf folgende Weise erhalten:

> "Zunächst wird untersucht ob ein Messsignal vom Untergrund des Erdmagnetfeldes getrennt werden kann. Dazu wurde die entsprechende Funktion am Messgerät aktiviert, wobei in der Spule ein Holzstab [bzw. Aluminiumstab] [...] gesteckt war. Die Messung wurde in zwei Schritten ausgeführt, im ersten Schritt wurde nach dem Einschalten der Funktion der maximal und der minimal Wert der ruhenden Spule bestimmt, danach wurde der Stab auf und nieder bewegt und danach das Maximum und Minimum erneut abgelesen"
> (siehe http://www.grosch.homepage.t-online.de/ ;
> dort der Abschnitt: *Beweis: elektrische Ladung ist Antigravitation "Große Vereinigung der Kräfte"*)

Diese Messungen wurden zunächst einmal nachvollzogen, wobei einige Fehlerquellen reduziert wurden. Alle Messungen erfolgten unter den Bedingungen:

- Leuchte aus bei Stabbewegung
- Spule wie beschrieben fixiert
- Hubhöhe bei Stabbewegung: etwa 10 cm (Spule stets vollständig vom Stab gefüllt)
- die Stäbe wurden sowohl bei ruhender Position in der Spule als auch bei der Bewegung in der Spule isoliert gehalten

Es wurden jeweils 10 Einzelmessungen durchgeführt, bei denen U_{max}, U_{min} und U_{pp} aufgenommen wurden. Zu jeder dieser Größen wurden Mittelwert und Standardabweichung s bestimmt.

Ergebnisse:

	ruhend			auf und ab		
	U_{max} / mV	U_{min} / mV	U_{pp} / mV	U_{max} / mV	U_{min} / mV	U_{pp} / mV
Holz	4,00 ± 0,72	-2,69 ± 0,71	6,69 ± 2,22	4,21 ± 0,50	-2,74 ± 0,54	6,95 ± 0,94
Aluminium	6,31 ± 0,80	-4,40 ± 0,53	10,71 ± 1,09	6,73 ± 1,47	-4,19 ± 0,82	10,92 ± 1,37
Messing	6,26 ± 1,04	-4,15 ± 0,87	10,41 ± 1,73	15,47 ± 2,14	-16,27 ± 1,16	31,74 ± 1,62

2.2.2 Auswertung

Die bei Bewegung eines Stabes registrierten Spannungshübe enthalten noch die Störspannungen, die auch bei ruhendem Stab registriert werden. Die beiden folgenden Bilder illustrieren diesen Zusammenhang. Bild A1 zeigt den Spannungsverlauf in der Spule bei eingebrachtem ruhenden Messingstab.

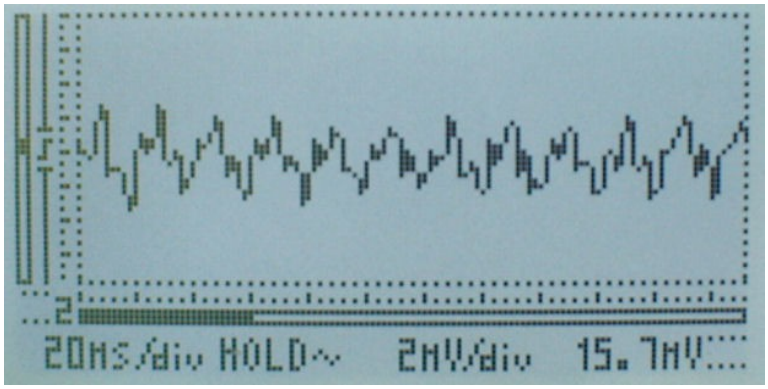


Bild A1

Bild A2 zeigt den Spannungsverlauf bei Bewegung des Messingstabes. Im rechten Bildteil ist der Verlauf eines Spannungsminimums zu erkennen. Diesem Verlauf ist der Störspannungsverlauf bei ruhendem Stab überlagert.

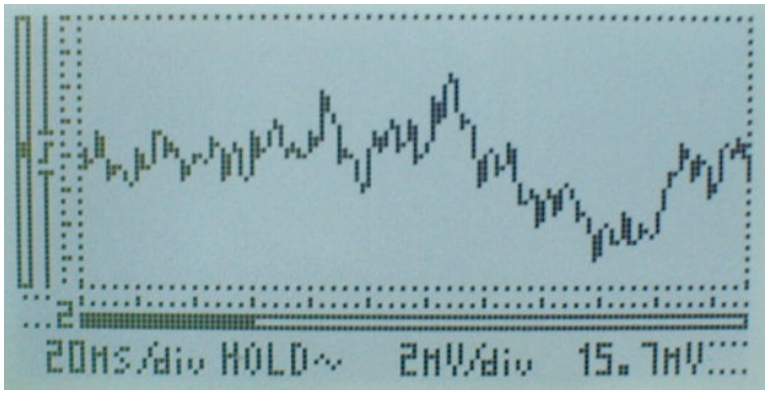


Bild A2

Die Größe, die mit der Stabbewegung verknüpft ist, ist daher die Differenz

$$\Delta U = U_{pp}(\text{bewegt}) - U_{pp}(\text{ruhend})$$

Diese Differenz wäre dann nach Dieter Grosch das Signal, das gemäß seiner Theorie durch die Ladungsentstehung bei Stabbewegung hervorgerufen wird.

Mit den angegebenen Mittelwerten für U_{pp} und den jeweiligen Standardabweichungen s(bew.) sowie s(ruh.) ergeben sich folgende Werte für die Spannungsdifferenz und deren Standardabweichung (gemäß Fehlerfortpflanzung):

	Holz	Aluminium	Messingstab
	$\rho = 0{,}68$ g/cm^3	$\rho = 2{,}7$ g/cm^3	$\rho = 8{,}6$ g/cm^3
$(\Delta U \pm s)$/mV	0,26 ± 2,41	0,21 ± 1,37	21,33 ± 2,37

Es ist nun zu prüfen, ob die erhaltenen Werte in Übereinstimmung mit den Voraussagen der alternativen Theorie von Dieter Grosch stehen.

"Nach dieser Theorie errechnet sich die Ladung nach der Formel

Q = sqrt(m*v^2*r)

worin r der Radius der Erde ist, v ist die Bewegungsgeschwindigkeit des Stabes und m die Masse des Stabes. Da nun r konstant und v durch die Bewegung des Stabes mit der Hand erfolgt, ergibt sich Q nur als von sqrt(m) abhängig, wenn man v bei der Handbewegung als etwa gleich ansehen kann, denn dann hat man ja nur den Wert der maximale Geschwindigkeit registriert.

Das Messergebnis entsteht dadurch, dass bei Bewegungsänderung des Stabes ein Ladungsänderung erzeugt wird, die ein Magnetfeld erzeugt, das in der Spule eine Spannung induziert, dann ergibt sich die zu messende Spannung nach der Formel.

U_ind = sqrt(m*v^2*r_E*4*Pi*eps_0)*my_0*l = ~ 270 nV

was in etwa mit dem Messergebnis übereinstimmt.

In der Formel ist eps_0 die Dielektrizitätskonstante im Vakuum, my_0 die magnetische Induktionskonstante und l die Länge des Drahtes. Für m wurde die Masse des Stabes, die sich in der Spule befindet, also die 20 mm, verwendet und v mit etwa 5m/s als Spitzenwert angenommen." (siehe http://www.grosch.homepage.t-online.de/)

Im Februar 2013 wurde die Beziehung für die induzierte Spannung noch um die relativen Permittivitäten und Permeabilitäten des in der Spule befindlichen Stabes erweitert:

$$U_{ind} = \sqrt{m\, v^2 r_E \cdot 4\pi\, \varepsilon_0 \varepsilon_r} \cdot \mu_0 \mu_r \cdot l = \sqrt{\rho\, V\, v^2 r_E \cdot 4\pi\, \varepsilon_0 \varepsilon_r} \cdot \mu_0 \mu_r \cdot l$$

> "Darin ist V das Volumen des Stabes innerhalb der Spule, rho die Dichte des Stoffes, r_E der Radius der Erde, eps_0 die Dielektrizitätskonstante im Vakuum, eps die des Materials , *wenn es sich um einen Nichtleiter handelt*; und my_0 die magnetische Induktionskonstante, während my die Induktionskonstante des Materials ist [...] und l die Länge des Drahtes." (ebenda)

Es fällt sofort auf, dass diese "Formel" falsch ist: Danach hätte die Spannung die Maßeinheit Vs^2 . Zahlenwerte, die mit dieser Beziehung ermittelt werden, sind daher ohne jede Bedeutung und Aussagekraft.

Abgesehen davon ergibt sich aber daraus $\Delta U \sim \sqrt{m \cdot \varepsilon_r} \cdot v \sim \sqrt{\rho \cdot V \cdot \varepsilon_r} \cdot v \cdot \mu_r$.

Für den beabsichtigten Nachweis der Ladungsentstehung bei Bewegung können sinnvoll nur nicht-ferromagnetische Stoffe verwendet werden, so dass die relative Permeabilität $\mu_r = 1$ verwendet werden kann. Für die relative Permittivität von Aluminium und Messing kann nach obigem Zitat $\varepsilon_r = 1$ verwendet werden, für darrtrockenes Holz ist $\varepsilon_r = 2 \ldots 3{,}5$; hier wird im Folgenden der Wert $\varepsilon_r = 3{,}5$ verwendet.

Wenn gleiche (Maximal-)Geschwindigkeiten und gleiche Volumina vorliegen, folgt der Zusammenhang $\Delta U \sim \sqrt{\rho \cdot \varepsilon_r}$. Für zwei Stäbe aus verschiedenen Materialien müsste unter diesen Bedingungen also gelten:

$$\frac{(\Delta U)_2}{(\Delta U)_1} = \sqrt{\frac{\rho_2 \cdot \varepsilon_{r2}}{\rho_1 \cdot \varepsilon_{r1}}}$$

Mit den Dichten der verwendeten Stäbe ergeben sich dann folgende Zusammenhänge:

$$\Delta U_{Aluminium} = 1{,}07 \cdot \Delta U_{Holz}$$
$$\Delta U_{Messing} = 1{,}78 \cdot \Delta U_{Aluminium}$$
$$\Delta U_{Messing} = 1{,}90 \cdot \Delta U_{Holz}$$

Aus den Messwerten ergibt sich jedoch:

$$\Delta U_{Aluminium} = 0{,}81 \cdot \Delta U_{Holz}$$
$$\Delta U_{Messing} = 101{,}6 \cdot \Delta U_{Aluminium}$$
$$\Delta U_{Messing} = 82{,}0 \cdot \Delta U_{Holz}$$

Von einer Übereinstimmung mit dem nach der DGT zu erwartenden Wert kann nicht die Rede sein.

2.2.3 Weitere Messungen

Teil 1

Nun lässt sich mit drei Messreihen, die unkontrollierbaren äußeren Einflüssen unterliegen, weder eine Bestätigung noch eine Zurückweisung der DGT begründen. Daher wurden zur weiteren Orientierung noch drei weitere Messreihen aufgenommen, wobei zunächst nur Holz- und

Aluminiumstab verwendet wurden. Mit den beiden schon dargestellten ersten Messreihen ergab sich in der Reihenfolge der Durchführung:

	$(\Delta U \pm s)/\mathrm{mV}$
Holz	0,26 ± 2,41
Aluminium	0,21 ± 1,37
Aluminium	0,06 ± 1,20
Aluminium	0,48 ± 2,95
Holz	- 0,15 ± 1,30

Es fällt auf, dass weder bei Holz noch bei Aluminium eine Stabilität der Ergebnisse zu beobachten ist. Um genauer zu untersuchen, ob sich ändernde äußere Einflüsse dafür verantwortlich sein könnten, wurden weitere Messreihen in folgender Weise aufgenommen:

- 4 Messreihen Holz - Alu - Holz - Alu wurden in kurzer Zeit unmittelbar nacheinander aufgenommen
- 1,5 Stunden später wurden zwei weitere Messreihen Holz - Alu aufgenommen.

Ergebnisse:

nacheinander ausgeführte Messungen:		
	Holz	Alu
$(\Delta U \pm s)/\mathrm{mV}$	0,07 ± 1,69	- 0,13 ± 1,43
$(\Delta U \pm s)/\mathrm{mV}$	1,01 ± 0,97	- 0,29 ± 0,79
spätere Messung:		
$(\Delta U \pm s)/\mathrm{mV}$	0,66 ± 1,29	0,32 ± 1,22

Diese Ergebnisse sprechen dafür, dass mit $\Delta U = U_{pp}(\text{bewegt}) - U_{pp}(\text{ruhend})$ eben nicht alle Störsignale durch die Differenzbildung ausgefiltert werden, sondern dass bei der Bewegung der Stäbe noch weitere Störsignale auftreten (vgl. dazu auch Bild 1, 2 und 3). Dies ist eigentlich nicht überraschend, denn Veränderungen der äußeren Bedingungen, die eine Veränderung des Störuntergrundes bewirken oder auch zufällige Spitzen verursachen können, treten eben auch während der Messung bei Stabbewegung auf und werden nicht durch die Differenzbildung beseitigt.

Teil 2

Aus der oben zitierten Spannungsformel ließ sich folgern $\Delta U \sim \sqrt{m \cdot \varepsilon_r} \cdot v \sim \sqrt{\rho \cdot V \cdot \varepsilon_r} \cdot v \cdot \mu_r$.

1. Für einen Stab allein ergibt sich daraus $\Delta U \sim v$.

Wird der Stab periodisch auf- und abbewegt, dann kann in guter Näherung von einer harmonischen

Bewegung ausgegangen werden. Daher ergibt sich für die Geschwindigkeitsamplitude $v_{max} \sim \frac{1}{T}$.

Für einen Stab müsste daher gelten: $$\frac{(\Delta U)_2}{(\Delta U)_1} = \frac{T_1}{T_2}$$

2. Weiter kann noch die zu erwartende Massenabhängigkeit getestet werden, wenn ein massiver Stab und ein Rohr aus dem gleichen Material und gleichem Außendurchmesser verwendet werden:

$$\Delta U_{Stab} \sim \sqrt{\rho \cdot V} = \sqrt{\rho \cdot \pi r_a^2 \cdot L}$$
$$\Delta U_{Rohr} \sim \sqrt{\rho \cdot (V_a - V_i)} = \sqrt{\rho \cdot \pi (r_a^2 - r_i^2) \cdot L}$$

Es müsste also gelten: $$\frac{(\Delta U)_{Stab}}{(\Delta U)_{Rohr}} = \sqrt{\frac{r_a^2}{r_a^2 - r_i^2}} \quad (T = \text{const})$$

Zu diesen beiden Punkten wurden weitere Messungen mit den Holz-, Aluminium- und Messingstäben sowie mit dem Messingrohr durchgeführt. Alle Messungen erfolgten unter den Bedingungen:

- Leuchte aus bei Stabbewegung
- Spule wie beschrieben fixiert; Unterkante 12 cm über Tischoberfläche
- Hubhöhe bei Stabbewegung: etwa 6 cm (Stabende 2 cm bis 8 cm über Tischoberfläche, Spule stets vollständig vom Stab gefüllt)
- alle Stäbe wurden sowohl bei ruhender Position in der Spule als auch bei der Bewegung in der Spule isoliert gehalten
- zu jeder Bewegung wurden 10 Einzelmessungen zu je 10 Sekunden Messzeit durchgeführt, aus denen Mittelwert U_{pp} und Standardabweichung s bestimmt wurden
- die Periodendauer T der Stabbewegung wurde mit einem akustischen Taktgeber kontrolliert

Die folgende Tabelle zeigt Messwerte aus einer gemeinsamen Messreihe am selben Tag.

$(U_{pp} \pm s)/\text{mV}$				
Stab	ruhender Stab	bewegter Stab		
		$T = 1$ s	$T = 0{,}5$ s	$T = 0{,}25$ s
Holz	7,84 ± 1,07	7,81 ± 1,05	8,33 ± 0,66	8,30 ± 0,68
Aluminium	10,46 ± 1,23	10,54 ± 0,83	11,36 ± 0,72	11,43 ± 1,15
Messingstab	12,27 ± 1,12	22,83 ± 1,06	25,14 ± 2,98	27,38 ± 3,68
Messingrohr	8,88 ± 0,75	10,34 ± 0,83	11,72 ± 1,32	11,09 ± 1,16

Die zugehörigen Spannungsdifferenzen $\Delta U = U_{pp}(\text{bewegt}) - U_{pp}(\text{ruhend})$ ergeben sich zu:

$(\Delta U \pm s)/\text{mV}$	Holz	Aluminium	Messingstab	Messingrohr
	$\rho = 0{,}68$ g/cm³	$\rho = 2{,}7$ g/cm³	$\rho = 8{,}6$ g/cm³	

	$r = 4$ mm	$r = 4$ mm	$r_a = 4$ mm	$r_i = 3$ mm
$T = 1$ s	-0,03 ± 1,50	0,08 ± 1,48	10,56 ± 1,54	1,46 ± 1,12
$T = 0{,}5$ s	0,49 ± 1,25	0,90 ± 1,42	12,87 ± 3,18	2,84 ± 1,52
$T = 0{,}25$ s	0,46 ± 1,26	0,97 ± 1,75	15,11 ± 3,84	2,21 ± 1,38

Nach der theoretischen Erwartung müsste gelten:

1. Bei Verkleinerung von T um den Faktor 1/2 müsste ΔU mit dem Faktor 2 anwachsen. Das ist jedoch in keiner Spalte der Fall.
2. Beim Übergang zwischen den Stoffen müssten sich folgende Änderungen ergeben:

   Holz → Aluminium: $\Delta U_{Aluminium} = 1{,}07 \cdot \Delta U_{Holz}$

   Aluminium → Messing: $\Delta U_{Messing} = 1{,}78 \cdot \Delta U_{Aluminium}$

   Holz → Messing: $\Delta U_{Messing} = 1{,}90 \cdot \Delta U_{Holz}$

   Dies ist in keiner Zeile der Fall.
3. Beim Übergang vom Messingstab zum Messingrohr müsste sich ergeben:

   Stab → Rohr: $\Delta U_{Rohr} = 0{,}66 \cdot \Delta U_{Stab}$

   Dies trifft nicht zu.

Die Ergebnisse dieses Abschnitts zeigen:

Mit dem von Dieter Grosch vorgeschlagenen Versuch lässt sich kein Nachweis dafür erbringen, dass bei Bewegung von Körpern Ladung im Sinne seiner alternativen Theorie entsteht.

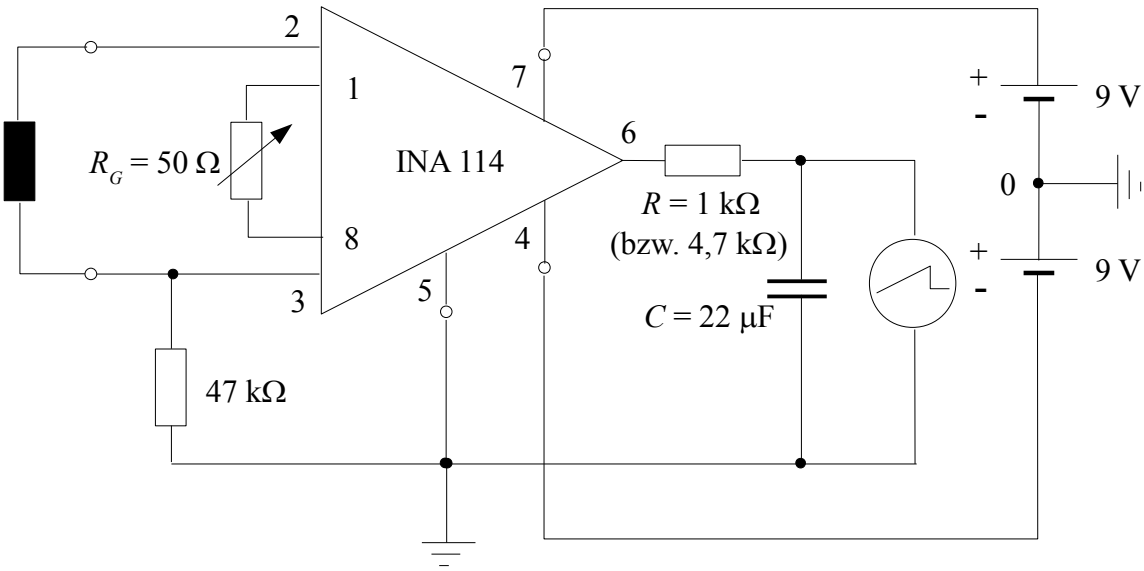
3. Verbesserung des Aufbaus

Eine naheliegende Verbesserung des experimentellen Aufbaus ergibt sich aus folgender Überlegung: Die Störsignale sind netzfrequent oder höherfrequent, wie die in 2.1.1 dargestellten Untersuchungen zeigen. Bei einer periodischen Stabbewegung müssten die hypothetischen DGT-Signale dagegen die Frequenz der Stabbewegung aufweisen, etwa 1 ... 4 Hz - also eine deutlich kleinere Frequenz als die untersuchten Störsignale. Es liegt daher nahe, im Ausgang des Verstärkers einen Tiefpass zu verwenden, der das hypothetische DGT-Signal durchlässt, die Störspannungen aber unterdrückt.

3.1 RC-Glied als Tiefpass

Schon ein einfaches RC-Glied genügt, um die Störsignale wirksam zu filtern und die hypothetischen DGT-Signale bei Stabbewegung durchzulassen:

$V_U = 1 + 50\ \text{k}\Omega / R_G = 1000$ (bzw. 3800)



Für das Verhältnis der am Kondensator gemessenen Spannung U_C zur Ausgangsspannung U_a des Verstärkers, die zwischen Pin 6 und Pin 5 anliegt, gilt $U_C / U_a = k(f) = 1/\sqrt{1+(2\pi f \cdot RC)^2}$.
Mit $R = 1\,\text{k}\Omega$ und $C = 22\,\mu\text{F}$ erhält man folgende Werte:

f / Hz	$k(f)$
0	1,000
1	0,991
2	0,964
4	0,875
10	0,586
50	0,143

Zur experimentellen Überprüfung wurde ein Funktionsgenerator (Wellenform: Sinus) verwendet, dessen Ausgangssignal auf einen Spannungsteiler $(R_1 = 10\,\text{k}\Omega,\ R_2 = 100\,\Omega)$ gegeben wurde. Die an R_2 auftretende Spannung von 4,1 mV wurde auf den Eingang des Verstärkers gegeben. Gemessen wurden dann Ausgangsspannung U_a des Verstärkers und Spannung U_C am Kondensator:

f / Hz	U_a / V	U_C / V	$k(f)$
1	4,053	4,019	0,992
2	4,087	3,951	0,967
4	4,087	3,610	0,883

10	4,087	2,486	0,606
50	4,087	0,613	0,150

Dies stimmt gut mit den theoretischen Werten überein.

Test für die Wirksamkeit des Tiefpasses:

Bei eingeschalteter Arbeitsleuchte (siehe Abschnitt 2.1.1) wurde der Spannungsverlauf in der aufrecht fixierten Spule ohne bzw. mit Tiefpass aufgenommen:

$(U_{pp} \pm s)/\mathrm{mV}$	ohne Tiefpass	mit Tiefpass
leere Spule	21,58 ± 1,22 (vgl. Bild 1a in 2.1.1)	1,28 ± 0,11 (vgl. Bild 7)

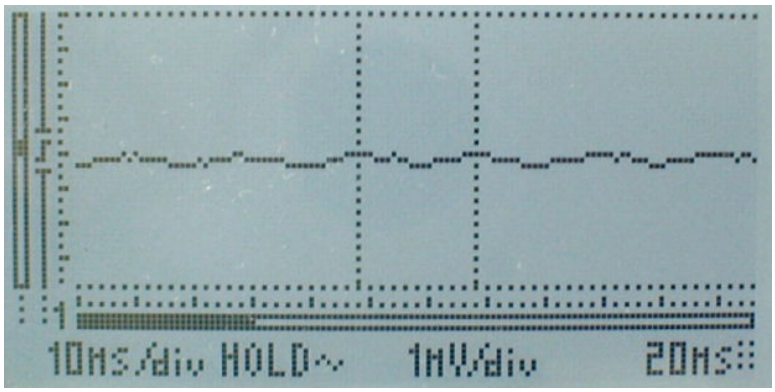


Bild 7

Als Test für ein "handgemachtes" niederfrequentes Signal (1 ... 2 Hz wie bei Stabbewegung zu erwarten) wurde folgender Versuch durchgeführt:

Die Spule wurde mit dem Stativmaterial in der üblichen vertikalen Lage fixiert. Einer der in Abschnitt 1.1 erwähnten und abgebildeten Scheibenmagnete (Durchmesser: 1,5 cm; Dicke: 0,7 cm) wurde im Abstand von 25 cm vom oberen Wicklungsrand der Spule koaxial zur Spule gehalten und mit etwa $T = 0{,}5$ s und der Amplitude 1 cm auf- und abbewegt. Bild 8 zeigt den Spannungsverlauf, der unter Verwendung des Tiefpasses aufgenommen wurde:

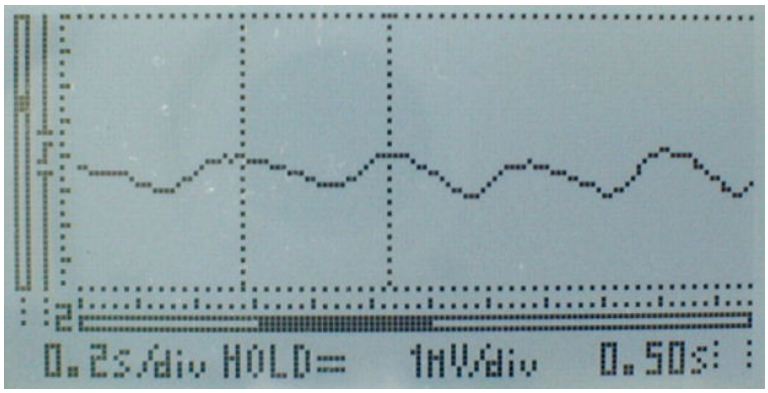


Bild 8

Dies bestätigt, dass niederfrequente Signale (wie sie in der DGT bei Stabbewegung erwartet werden) vom Tiefpass durchgelassen werden.

3.2 Messungen

Alle Messungen erfolgten unter den Bedingungen:

- Leuchte aus bei Stabbewegung;
- Spule wie beschrieben fixiert;
- die Stäbe wurden sowohl bei ruhender Position in der Spule als auch bei der Bewegung in der Spule isoliert gehalten;
- Hubamplitude y_{max} bei Stabbewegung: 5 ... 6 cm (Spule stets vollständig vom Stab gefüllt);
- die Auf- und Ab-Bewegung wurde periodisch mit der Periodendauer $T = 0{,}5$ s (bzw. $T = 0{,}25$ s) ausgeführt; Messzeit: $\Delta t = 10\,\mathrm{s}$;
- die Periodendauer T der Stabbewegung wurde mit einem akustischen Taktgeber kontrolliert

Es wurden jeweils 10 Einzelmessungen durchgeführt, bei denen U_{max}, U_{min} und U_{pp} aufgenommen wurden und oszilloskopisch kontrolliert wurde, ob zufällige Spannungsspitzen auftreten, welche die Messung verfälschen könnten. Zu jeder dieser Größen wurden Mittelwert und Standardabweichung s bestimmt.

1. Zuerst wurde untersucht, ob der Tiefpass zu einer Stabilisierung der Messergebnisse führt. Wie in 2.2.3 (Teil 1) wurden dazu 6 Messreihen in folgender Weise aufgenommen:

- 4 Messreihen Holz - Alu - Holz - Alu wurden in kurzer Zeit unmittelbar nacheinander aufgenommen
- 1,5 Stunden später wurden zwei weitere Messreihen Holz - Alu aufgenommen.

Ergebnisse:

nacheinander ausgeführte Messungen:		
	Holz	Alu
$(\Delta U \pm s)/\mathrm{mV}$	0,72 ± 0,27	0,18 ± 0,35
$(\Delta U \pm s)/\mathrm{mV}$	0,39 ± 0,25	0,21 ± 0,25
spätere Messung:		
$(\Delta U \pm s)/\mathrm{mV}$	0,49 ± 0,36	0,18 ± 0,38

Im Vergleich zu den Messungen ohne Tiefpass zeigt sich eine Stabilisierung der Werte bei den Messreihen für Holz bzw. Aluminium, was auf die Filterung höherfrequenter Störsignale zurück zu führen ist. So bestätigt sich auch noch einmal, dass ohne Verwendung eines Tiefpasses die Differenzbildung zwischen Spannung bei Bewegung und Spannung in Ruhe nicht alle Störeinflüsse herausfiltert (vgl. Abschnitt 2.2.2). Für Holz liegen die Mittelwerte um 0,5 mV, für Aluminium um 0,2 mV. Der nach der DGT zu erwartende Zusammenhang $\Delta U_{Aluminium} = 1{,}07 \cdot \Delta U_{Holz}$ lässt sich nicht erkennen.

2. Die in 2.2.3/ Teil 2 beschriebenen Messungen wurden wiederholt: einmal ohne Verwendung des Tiefpasses und einmal mit Tiefpass.

Ergebnisse ohne Tiefpass:

$(\Delta U \pm s)/\mathrm{mV}$	Holz	Aluminium	Messingstab	Messingrohr
$T = 0{,}5$ s	1,11 ± 1,86	0,75 ± 0,81	4,86 ± 2,07	1,49 ± 2,47
$T = 0{,}25$ s	1,55 ± 1,52	2,02 ± 1,10	6,27 ± 1,94	2,46 ± 2,83

Ergebnisse mit Tiefpass:

$(\Delta U \pm s)/\mathrm{mV}$	Holz	Aluminium	Messingstab	Messingrohr
$T = 0{,}5$ s	0,96 ± 0,35	0,41 ± 0,65	5,62 ± 0,57	0,46 ± 0,41
$T = 0{,}25$ s	1,93 ± 0,35	0,75 ± 0,57	7,31 ± 0,77	0,60 ± 0,58

Bei der Verwendung des Tiefpasses ist zu bedenken, dass für das Verhältnis der am Kondensator gemessenen Spannung U_C zur Ausgangsspannung U_a des Verstärkers gilt

$$\frac{U_C}{U_a} = k(f) = \frac{1}{\sqrt{1+(2\pi f \cdot RC)^2}} .$$

Um die Ausgangsspannung des Verstärkers zu erhalten, ist daher die gemessene Spannung umzurechnen:

$T = 0{,}5$ s	$f = 2$ Hz	$U_a = \frac{U_C}{k(2\,\mathrm{Hz})} = \frac{U_C}{0{,}964}$
$T = 0{,}25$ s	$f = 4$ Hz	$U_a = \frac{U_C}{k(4\,\mathrm{Hz})} = \frac{U_C}{0{,}875}$

Damit ergibt sich abschließend unter Verwendung des Tiefpasses:

$(\Delta U \pm s)/\mathrm{mV}$	Holz	Aluminium	Messingstab	Messingrohr
$T = 0{,}5$ s	1,00 ± 0,36	0,43 ± 0,67	5,83 ± 0,59	0,48 ± 0,43
$T = 0{,}25$ s	2,21 ± 0,40	0,86 ± 0,65	8,35 ± 0,88	0,69 ± 0,66

Wie schon in 2.2.3 ausgeführt, müsste nach der theoretischen Erwartung gelten:

1. Bei Verkleinerung von T um den Faktor 1/2 müsste ΔU mit dem Faktor 2 anwachsen.
   Das ist aber nicht durchgehend zu beobachten (nur bei Holz und Aluminium).
2. Beim Übergang zwischen den Stoffen müssten sich folgende Änderungen ergeben:

   Holz → Aluminium: $\Delta U_{Aluminium} = 1{,}07 \cdot \Delta U_{Holz}$

   Aluminium → Messing: $\Delta U_{Messing} = 1{,}78 \cdot \Delta U_{Aluminium}$

   Holz → Messing: $\Delta U_{Messing} = 1{,}90 \cdot \Delta U_{Holz}$

   Dies ist in keiner Zeile der Fall.
3. Beim Übergang vom Messingstab zum Messingrohr müsste sich ergeben:

Stab → Rohr: $\Delta U_{Rohr} = 0{,}66 \cdot \Delta U_{Stab}$

Dies trifft nicht zu.

Wie schon bei den Messungen ohne Tiefpass in 2.2.3 kann man daraus wieder schließen:

Mit dem von Dieter Grosch vorgeschlagenen Versuch lässt sich auch nach Filtern der höherfrequenten Störsignale kein Nachweis dafür erbringen, dass bei Bewegung von Körpern Ladung im Sinne seiner alternativen Theorie entsteht.

4. Zusammenfassung

1. Der von Dieter Grosch vorgeschlagene Versuch zum Nachweis der von seiner alternativen Theorie (DGT) vorausgesagten "Ladungsentstehung durch Bewegung" ist vielen Störeinflüssen ausgesetzt.
2. Ein Freihandversuch ist völlig ungeeignet, eine hypothetische DGT-Spannung nachzuweisen.
3. Ein Versuchsaufbau, in dem zumindest einige der Störeinflüsse durch geeignete Maßnahmen ausgeschlossen oder stark minimiert werden, ergibt zwar Mess-Spannungen, die nur bei Bewegung der Stäbe auftreten, aber aus den erhaltenen Ergebnissen kann lediglich der Schluss gezogen werden, dass sich mit dem vorgeschlagenen Versuch kein Nachweis dafür erbringen lässt, dass bei Bewegung von Körpern Ladung entsteht.
4. Eine wirksame Verbesserung des Aufbaus besteht in der Verwendung eines Tiefpasses zur Unterdrückung der höherfrequenten Störsignale.
5. Auch hier werden Mess-Spannungen erhalten, die nur bei Bewegung der Stäbe auftreten, aber diese Spannungen weisen nicht die Abhängigkeiten von der Dichte des Stabmaterials und der Periodendauer der Bewegung auf, die sie nach der DGT haben müssten. Eine hypothetische DGT-Spannung lässt sich auch mit dem verbesserten Versuchsaufbau nicht nachweisen.

Diese Ergebnisse sprechen dafür, dass es eine "Ladungsentstehung durch Bewegung" gemäß der "Dynamischen Gravitationstheorie" von Dieter Grosch nicht gibt.

B Analyse des Original-Versuchs von 2012

Auf seiner Homepage gibt Dieter Grosch u.a. folgende "Erhaltene Messergebnisse" an:

Stab	Ruhesignal $U_{max}(r)$ / µV	Ruhesignal $U_{min}(r)$ / µV	Mess-Signal bei Bewegung $U_{max}(b)$ / µV	Mess-Signal bei Bewegung $U_{min}(b)$ / µV
Holz, 8 mm	23,6 ± 9,0	- 34,7 ± 10,1	121,8 ± 15,3	- 142,3 ± 28,9
Alu, 8 mm	31,0 ± 12,4	- 44,2 ± 16,4	144,6 ± 36,7	- 160,0 ± 75,1
Kupfer, 8 mm	44,0 ± 7,2	- 55,9 ± 18,1	166,5 ± 18,5	- 167,4 ± 27,4
Edel-Stahl, 8 mm	39,0 ± 21,8	-45,1 ± 11,8	182,7 ± 34,5	-190,8 ± 41,8
St 35, 8 mm	22,3 ± 6,8	-32,3 ± 6,9	178505 ± 276766	-146000 ± 249720

Anmerkungen:

1. Auf der Homepage gibt DG tatsächlich nicht die gemessenen Werte, sondern die (vermutlich) durch den Verstärkungsfaktor der Schaltung (V_U = 1000) dividierten Messwerte an, da die in der Spule induzierten Spannungen mit der Theorie verglichen werden sollen. Hier wurde dieser Schritt rückgängig gemacht, um mit wirklichen Messwerten zu operieren.
2. Die Mess-Signale bei Bewegung werden von Dieter Grosch für die durch die Stab-bewegung hervorgerufenen "reinen DGT-Spannungen" gehalten. Das lässt sich daraus erschließen, dass diese Werte durch seine theoretische "U-Formel" reproduziert werden sollen (siehe Homepage DG, Abschnitt "Diskussion der Messergebnisse").

1. Eine falsche Formel zur Reproduktion der Daten

Der Vergleich mit der Theorie besteht in einer Reproduktion der angegebenen Werte mit der "U-Formel":

$$U_{ind} = \sqrt{m\, v^2 r_E \cdot 4\pi\, \varepsilon_0 \varepsilon_r} \cdot \mu_0 \mu_r \cdot l = \sqrt{\rho\, V\, v^2 r_E \cdot 4\pi\, \varepsilon_0 \varepsilon_r} \cdot \mu_0 \mu_r \cdot l$$

Größe	Maßeinheit im SI-System
V das Volumen des Stabes innerhalb der Spule,	m^3
ρ die Dichte des Stoffes,	kg/m^3
r_E der Radius der Erde,	m
ε_0 die elektrische Feldkonstante	As/Vm
ε_r die Dielektrizitätszahl des Materials	1
μ_0 die magnetische Feldkonstante	Vs/Am
μ_r die Permeabilitätszahl des Materials	1

l die Länge des Drahtes	m
v die Geschwindigkeit der Stabbewegung	m/s

Setzt man die Einheiten in die "U-Formel" ein, so erhält man:

$$[U_{ind}]=\sqrt{\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\cdot\mathrm{m}^3\cdot\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}\cdot\mathrm{m}\cdot\frac{\mathrm{As}}{\mathrm{Vm}}}\cdot\frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{Am}}\cdot\mathrm{m}=\sqrt{\mathrm{J}\cdot\frac{\mathrm{As}}{\mathrm{V}}}\cdot\frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{A}}=\sqrt{\mathrm{V}\cdot\mathrm{As}\cdot\frac{\mathrm{As}}{\mathrm{V}}}\cdot\frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{A}}=\sqrt{(\mathrm{As})^2}\cdot\frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{A}}=\mathrm{Vs}^2$$

Die Einheit der Spannung ist jedoch bekanntlich Volt, und nicht Volt-Sekundenquadrat. Also ist die "U-Formel" falsch. Das bedeutet natürlich auch, dass mit ihr produzierte Zahlenwerte ohne jede physikalische Bedeutung sind.

2. Spannungsverhältnisse bei unterschiedlichen Materialien

Unabhängig von dieser falschen Formel wird in der DGT behauptet, dass bei Bewegung eines Körpers die Ladung

$$Q=\sqrt{m v^2 r_E\cdot 4\pi\,\varepsilon_0\,\varepsilon_r}$$

entsteht und diese Ladung die Spannung induzieren soll:

$$U_{ind}\sim Q$$
$$U\sim\sqrt{m\cdot\varepsilon_r}\cdot v\sim\sqrt{\rho\cdot V\cdot\varepsilon_r}\cdot v\cdot\mu_r$$

Wenn gleiche (Maximal-)Geschwindigkeiten und gleiche Volumina vorliegen, folgt der Zusammenhang $U_{ind}\sim\sqrt{\rho\cdot\varepsilon_r}$. Für zwei Stäbe aus verschiedenen nicht-magnetischen Materialien müsste unter diesen Bedingungen also gelten:

$$\frac{(U_{ind})_2}{(U_{ind})_1}=\sqrt{\frac{\rho_2\cdot\varepsilon_{r2}}{\rho_1\cdot\varepsilon_{r1}}}$$

Diese theoretische Aussage kann mit den Quotienten verglichen werden, die sich aus den oben zitierten Werten für die Mess-Signale bei Bewegung berechnen lassen.

1. Zunächst werden (gemäß dem Vorgehen von Dieter Grosch) die Maximalwerte der bei Stabbewegung gemessenen Spannungen verwendet:

theoretischer Wert	**experimenteller Wert**
$\frac{U_{Al}}{U_{Holz}}=\sqrt{\frac{2{,}7\cdot 1}{0{,}68\cdot 3{,}5}}=1{,}07$	$\frac{U_{max,Al}}{U_{max,Holz}}=1{,}19\pm 0{,}34$
$\frac{U_{Cu}}{U_{Holz}}=\sqrt{\frac{8{,}9\cdot 1}{0{,}68\cdot 3{,}5}}=1{,}93$	$\frac{U_{max,Cu}}{U_{max,Holz}}=1{,}37\pm 0{,}23$
$\frac{U_{EStahl}}{U_{Holz}}=\sqrt{\frac{7{,}9\cdot 1}{0{,}68\cdot 3{,}5}}=1{,}82$	$\frac{U_{max,EStahl}}{U_{max,Holz}}=1{,}50\pm 0{,}34$

$\frac{U_{Cu}}{U_{Al}}=\sqrt{\frac{8{,}9\cdot 1}{2{,}7\cdot 1}}=1{,}82$	$\frac{U_{max,Cu}}{U_{max,Al}}=1{,}15\pm 0{,}32$
$\frac{U_{EStahl}}{U_{Al}}=\sqrt{\frac{7{,}9\cdot 1}{2{,}7\cdot 1}}=1{,}71$	$\frac{U_{max,EStahl}}{U_{max,Al}}=1{,}26\pm 0{,}40$
$\frac{U_{EStahl}}{U_{Cu}}=\sqrt{\frac{7{,}9\cdot 1}{8{,}9\cdot 1}}=0{,}94$	$\frac{U_{max,EStahl}}{U_{max,Cu}}=1{,}10\pm 0{,}24$

2. Um sämtliche experimentell gewonnenen Informationen auszuwerten, werden nun auch die Spannungsminima verwendet. Aus den angegebenen Mittelwerten der Maximal- und Minimalwerte können die Spannungshübe $U_{pp}(b)=\Delta U(b)=\overline{U}_{max}(b)-\overline{U}_{min}(b)$ berechnet werden:

Stab	$U_{pp}=\Delta U(b)$ / µV
Holz, 8 mm	264,1 ± 32,7
Alu, 8 mm	304,6 ± 89,6
Kupfer, 8 mm	333,9 ± 33,1
Edel-Stahl, 8 mm	373,5 ± 54,2

Damit ergeben sich die Quotienten:

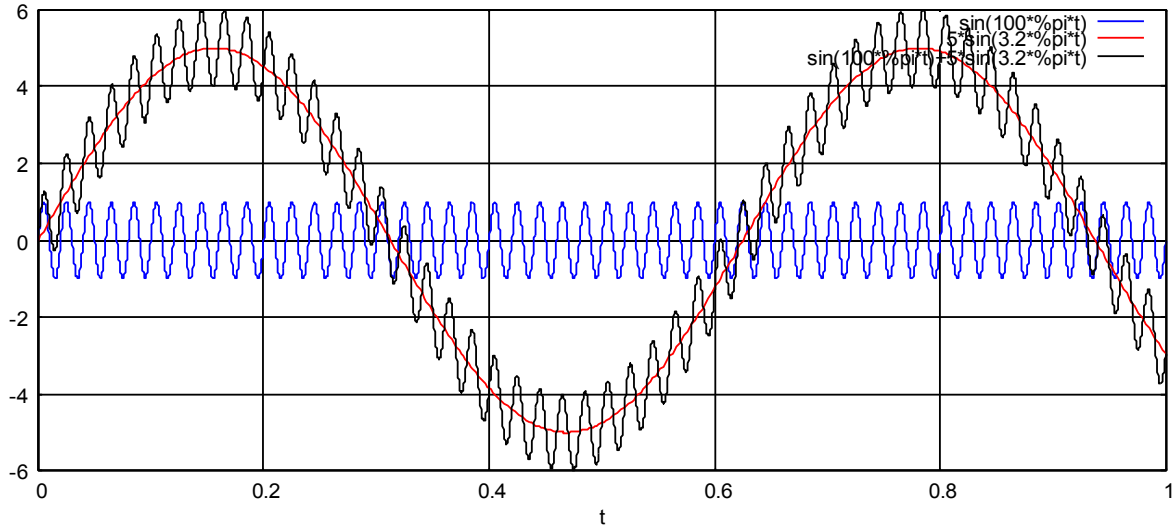
theoretischer Wert	**experimenteller Wert**
$U_{Al}/U_{Holz}=1{,}07$	$\Delta U_{Al}/\Delta U_{Holz}=1{,}15\pm 0{,}37$
$U_{Cu}/U_{Holz}=1{,}93$	$\Delta U_{Cu}/\Delta U_{Holz}=1{,}28\pm 0{,}20$
$U_{EStahl}/U_{Holz}=1{,}82$	$\Delta U_{EStahl}/\Delta U_{Holz}=1{,}41\pm 0{,}27$
$U_{Cu}/U_{Al}=1{,}82$	$\Delta U_{Cu}/\Delta U_{Al}=1{,}11\pm 0{,}34$
$U_{EStahl}/U_{Al}=1{,}71$	$\Delta U_{EStahl}/\Delta U_{Al}=1{,}23\pm 0{,}40$
$U_{EStahl}/U_{Cu}=0{,}94$	$\Delta U_{EStahl}/\Delta U_{Cu}=1{,}12\pm 0{,}20$

Theoretische Werte und experimentelle Werte weichen in allen betrachteten Fällen deutlich voneinander ab.

3. Nun ist weiter noch zu bedenken, dass die Auswertungen auf der Annahme beruhen, dass das Mess-Signal bei Bewegung die hypothetische "DGT-Spannung" ist. Tatsächlich enthalten die bei Bewegung eines Stabes registrierten Spannungen noch die Störspannungen, die auch bei ruhendem Stab registriert werden. Die Oszillogramme in Bild A1 und A2 in Teil A, Abschnitt 2.2.2 zeigen deutlich, dass ein bei Stabbewegung entstandenes Signal dem Störungssignal überlagert wird.

Dies soll noch an zwei Beispiel-Funktionen verdeutlicht werden:

- "höherfrequentes" Störsignal mit kleiner Amplitude: $u_1(t)=1\,\mathrm{V}\cdot\sin(2\pi\cdot 50\,\mathrm{Hz}\cdot t)$
- "niederfrequentes" Nutzsignal mit großer Amplitude: $u_2(t)=5\,\mathrm{V}\cdot\sin(2\pi\cdot 1{,}6\,\mathrm{Hz}\cdot t)$
- Die Überlagerung $u(t)=u_1(t)+u_2(t)$ zeigt deutlich, dass das Nutzsignal dem Störsignal überlagert wird:



Das reine Bewegungssignal, das mit der Stabbewegung verknüpft ist, ist daher die Differenz

$$U_{pp}=\Delta U=U_{pp}(\text{bewegt})-U_{pp}(\text{ruhend})$$

Stab	$U_{pp}(b.) = U_{max}(b.) - U_{min}(b.)$ / µV	$U_{pp}(r.) = U_{max}(r.) - U_{min}(r.)$ / µV	$U_{pp} = \Delta U$ / µV
Holz, 8 mm	264,1 ± 32,70	58,30 ± 13,53	205,80 ± 35,39
Alu, 8 mm	304,6 ± 83,49	75,20 ± 20,56	229,40 ± 86,08
Kupfer, 8 mm	333,9 ± 33,06	99,90 ± 19,48	234,00 ± 38,37
Edel-Stahl, 8 mm	373,5 ± 54,2	84,1 ± 24,8	289,4 ± 59,6

Damit ergeben sich die Quotienten:

theoretischer Wert	**experimenteller Wert**
$U_{Al}/U_{Holz}=1{,}07$	$\Delta U_{Al}/\Delta U_{Holz}=1{,}11\pm 0{,}46$
$U_{Cu}/U_{Holz}=1{,}93$	$\Delta U_{Cu}/\Delta U_{Holz}=1{,}14\pm 0{,}27$
$U_{EStahl}/U_{Holz}=1{,}82$	$\Delta U_{EStahl}/\Delta U_{Holz}=1{,}41\pm 0{,}38$
$U_{Cu}/U_{Al}=1{,}82$	$\Delta U_{Cu}/\Delta U_{Al}=1{,}02\pm 0{,}42$

$U_{EStahl}/U_{Al}=1{,}71$	$\Delta U_{EStahl}/\Delta U_{Al}=1{,}26\pm0{,}54$
$U_{EStahl}/U_{Cu}=0{,}94$	$\Delta U_{EStahl}/\Delta U_{Cu}=1{,}24\pm0{,}33$

Die Abweichung von theoretischen und experimentellen Werten ist wieder deutlich zu erkennen.

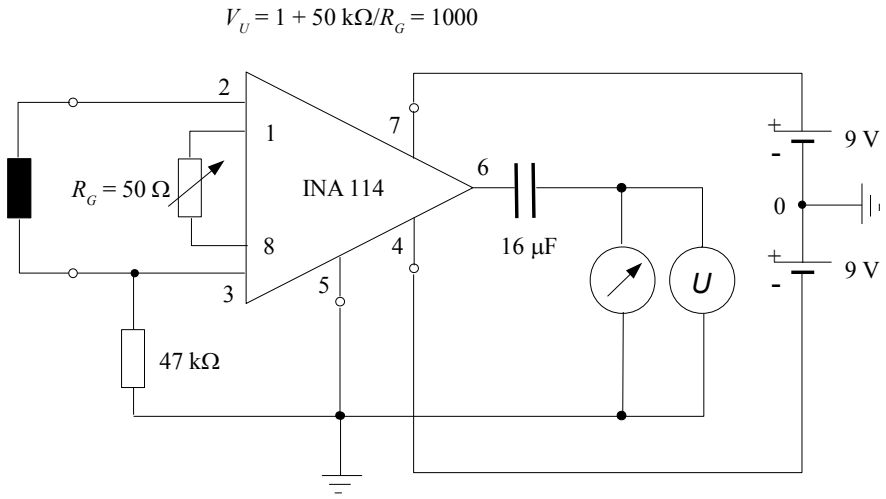
Die experimentellen Werte sind sogar gut vereinbar mit dem Wert 1, was bedeutet, dass überhaupt kein Effekt im Sinne der DGT vorliegt. Eine Bestätigung der Theorie kann also aus den vorliegenden Messwerten nicht abgeleitet werden.

3. Eine übersehene Eigenschaft der Verstärkerschaltung

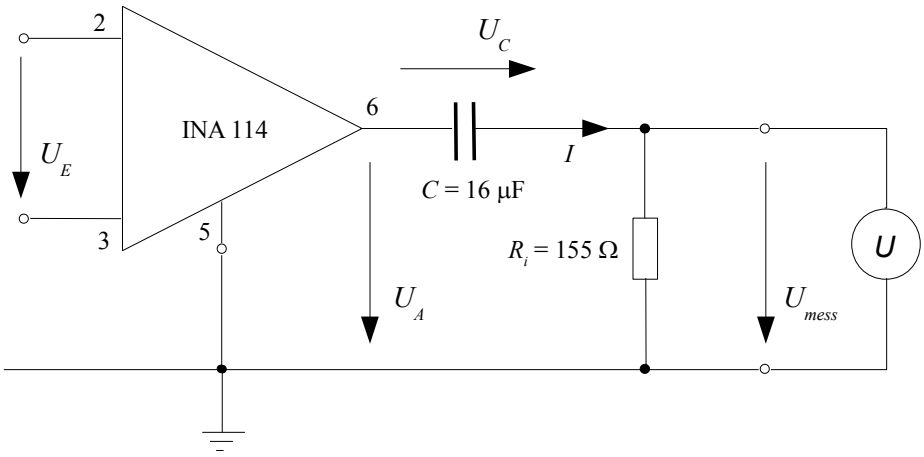
In der Beschreibung des Aufbaus heißt es:

> "Die in diese Spule induzierte Spannung wurde über einen Vorverstärken (Bild), mit einer Verstärkung von 1000 fach, an einem *Digital-Multimeter* [...], das *über das Anzeigegerät* der Schaltung (ein Drehspulinstrument mit einem Innenwiderstand von 155 Ohm) geschaltet war, bestimmt."

Mit "Bild" ist das von mir (DH) angefertigte Schaltbild auf Seite 3 gemeint (welches - nebenbei bemerkt - von Dieter Grosch ohne Quellenangabe verwendet wird...). Hier ist nun noch das Digital-Multimeter zu ergänzen:



Im Verstärkerausgang liegt also ein Hochpass vor, der aus dem Koppelkondensator C und dem Innenwiderstand R_i des Drehspulinstruments gebildet wird:



Der Eingangswiderstand des von Dieter Grosch verwendeten Digital-Multimeters beträgt nach Angaben im Handbuch 10 MΩ .

Die gemessene Spannung U_{mess} stimmt nicht mit der Ausgangsspannung U_A überein. Das bedeutet, dass aus der gemessenen Spannung nicht direkt auf die Eingangsspannung U_E (Spulenspannung) geschlossen werden kann, indem die Mess-Spannung durch den Verstärkungsfaktor dividiert wird:

$$U_E \neq \frac{U_{mess}}{V_U} .$$

Um den Einfluss des Hochpasses abschätzen zu können wird der Spannungsverlauf $U_A(t)$ benötigt. Zu seiner Auf- und Ab-Bewegung der Stäbe gab Dieter Grosch folgende Einzelheiten an: "Ich habe noch einmal meine Handbewegung mit der Stoppuhr gemessen und bekomme 16 auf- und ab-Bewegungen pro 10 s." Es kann also näherungsweise von einer harmonischen Bewegung $y(t)=y_{max}\cdot\sin(\omega t)$ mit $T=\frac{10\,\mathrm{s}}{16}=0{,}625\,\mathrm{s}$ und $f=1{,}6\,\mathrm{Hz}$ ausgegangen werden.

Das Übertragungsverhalten des Hochpasses ist natürlich frequenzabhängig:

$$k(f)=\left|\frac{U_{mess}}{U_A}\right|=\frac{\omega RC}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}}$$

$$k(1{,}6\,\mathrm{Hz})=0{,}025=\frac{1}{40}$$
$$k(50\,\mathrm{Hz})=0{,}615$$
$$k(200\,\mathrm{Hz})=0{,}952$$

Die bei ruhenden Stäben auftretenden Spannungen am Verstärkerausgang können aus zwei Hauptanteilen zusammengesetzt werden: ein netzfrequenter Anteil und - summarisch - höherfrequente Anteile: $U_A(r)=U_n(r)+U_{hf}(r)$. Dies führt zu Mess-Spannungen

$U_{mess}(r)\approx 0{,}615\cdot U_n(r)+U_{hf}(r)$. Näherungsweise kann davon ausgegangen werden, dass die gemessene Spannung bei ruhenden Stäben etwa der am Verstärkerausgang auftretenden entspricht:

$$U_{mess}(r)\approx U_A(r) .$$

Das hypothetische Nutzsignal mit der Frequenz 1,6 Hz wird aber deutlich abgeschwächt:

$$U_{mess}(b)=\frac{1}{40}\cdot U_A(b)$$

Dieses Signal ist aber nicht unmittelbar zu messen, da es - wie in Punkt 2 gerade dargelegt - dem Störsignal überlagert ist. Es ist ein Teil des gesamten Mess-Signals, das bei Stabbewegung erhalten wird:

$$U_{mess}(ges)=U_{mess}(b)+U_{mess}(r)\approx\frac{1}{40}\cdot U_A(b)+U_{mess}(r)$$

Für das Nutzsignal ergibt sich somit

$$U_A(b)\approx 40\cdot\left(U_{mess}(ges)-U_{mess}(r)\right)$$

Damit kann dann die am Eingang des Verstärkers vorliegende Spannung ermittelt werden:

$$U_E(b)=\frac{1}{1000}\cdot U_A(b)\approx\frac{40}{1000}\cdot\left(U_{mess}(ges)-U_{mess}(r)\right)$$

Beispiel: Für den Holzstab (8 mm) wurde folgende Maximalwerte angegeben:

$$\begin{aligned} U_{mess}(ges) &= 121{,}8\,\mu\,\mathrm{V} \\ U_{mess}(r) &= 23{,}6\,\mu\,\mathrm{V} \end{aligned}$$

Damit ergibt sich dann:

$$\begin{aligned} U_{mess}(b) &= U_{mess}(ges)-U_{mess}(r) &&= 98{,}2\,\mu\,\mathrm{V} \\ U_A(b) &= 40\cdot U_{mess}(b) &&= 3{,}928\,\mathrm{mV} \\ U_E(b) &= \frac{1}{1000}\cdot U_A(b) &&= 3{,}928\,\mu\,\mathrm{V} \end{aligned}$$

Kurz zusammengefasst: Die einfache Division des Mess-Signals hinter dem Hochpass durch den Verstärkungsfaktor führt nicht auf die Spannung in der Spule. Die Berechnung dieser vermeintlichen Spulenspannung mit der (an sich schon fehlerhaften) "U-Formel" ist daher völlig unsinnig.

4. Spulenbewegung im Erdmagnetfeld

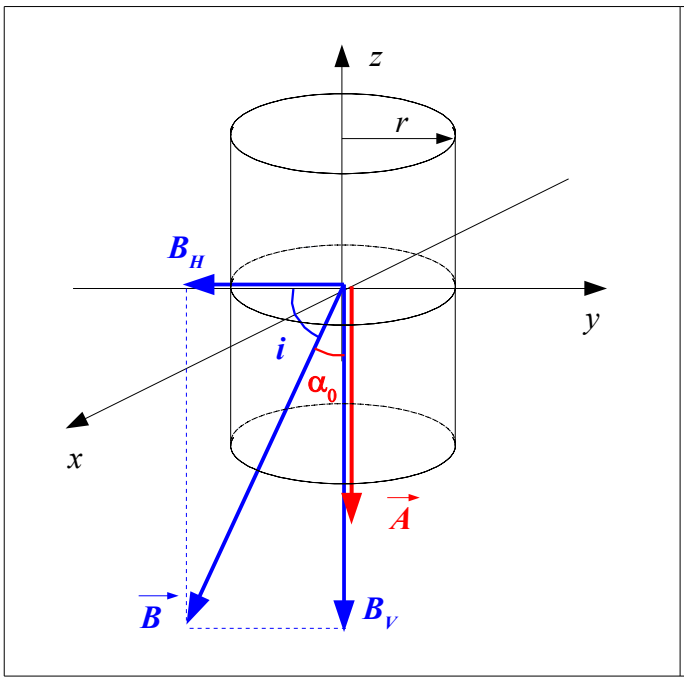
Vorbemerkung: Der Ursprung dieses Abschnitts liegt in der frühen Diskussion (2010 - 2012) des Aufbaus von Dieter Grosch, wo herausgearbeitet werden musste, dass eine Spulenbewegung im Erdmagnetfeld zu unerwünschten Induktionsspannungen führen kann. Dies hat DG inzwischen eingesehen und seinen Aufbau entsprechend eingerichtet. Die folgende Modellrechnung wird dennoch hier aufgenommen um quantitativ zu verdeutlichen, dass eine Fixierung der Spule bei der Versuchsdurchführung unverzichtbar ist.

Das Erdmagnetfeld in Mitteleuropa weist folgende Eigenschaften auf:

- Horizontalkomponente $B_H\approx 20\,\mu\,T$
- Vertikalkomponente $B_V\approx 44\,\mu\,T$
- Gesamtflussdichte $B\approx 48\,\mu\,T$
- Der Flussdichtevektor $\vec{B}$ weist einen Inklinationswinkel $i\approx 65\,°$ gegen die Horizontale auf.

Dieses Magnetfeld durchsetzt den Querschnitt $A=\pi\cdot r^2$ der vertikal gehaltenen Spule. Zur

Beschreibung wird folgendes Koordinatensystem verwendet:

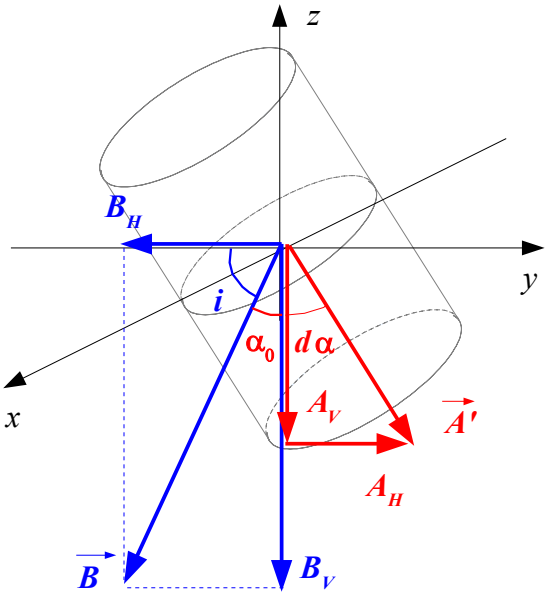


Flussdichtevektor: $\vec{B}=\begin{pmatrix}0\\-B_H\\-B_V\end{pmatrix}$

Flächennormalenvektor: $\vec{A}=\begin{pmatrix}0\\0\\-A\end{pmatrix}$

magnetischer Fluss: $\Phi_0=\vec{B}\cdot\vec{A}=B_V A$

Das Entstehen einer Spannung bei Verändern der vertikalen Lage der Spulenachse soll beispielhaft für eine Drehung um die x-Achse abgeschätzt werden:



Flussdichtevektor: $\vec{B}=\begin{pmatrix}0\\-B_H\\-B_V\end{pmatrix}$ Flächennormalenvektor: $\vec{A}'=\begin{pmatrix}0\\A\cdot\sin(d\alpha)\\-A\cdot\cos(d\alpha)\end{pmatrix}$

magnetischer Fluss: $\Phi'=\vec{B}\cdot\vec{A}'=-B_H\cdot A\cdot\sin(d\alpha)+B_V\cdot A\cdot\cos(d\alpha)$

Für kleine Winkel kann genähert werden: $\sin(d\alpha)\approx d\alpha$, $\cos(d\alpha)\approx 1$, also:

$$\Phi'=-B_H\cdot A\cdot d\alpha+B_V\cdot A$$

Änderung des magnetischen Flusses:

$$d\Phi = \Phi' - \Phi_0 = -B_H \cdot A \cdot d\alpha + B_V \cdot A - B_V \cdot A = -B_H \cdot A \cdot d\alpha$$

Mit dem Induktionsgesetz folgt für den maximalen Betrag der induzierten Spannung:

$$U_{ind} = -n \cdot \frac{d\Phi}{dt} \approx n \cdot B_H \cdot A \cdot \frac{d\alpha}{dt}$$

Unter Verwendung der vorliegenden Daten ergibt sich:

$$U_{ind} \approx 850 \cdot 20 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{T} \cdot \pi \cdot \left(5 \cdot 10^{-3}\right)^2 \mathrm{m}^2 \cdot \frac{d\alpha}{dt} \approx 1{,}34 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{Vs} \cdot \frac{d\alpha}{dt}$$

Für einen Freihandversuch kann abgeschätzt werden:

$$\frac{d\alpha}{dt} \approx \frac{6\,° \cdot \frac{\pi}{180\,°}}{\frac{0{,}625}{2}\,\mathrm{s}} \approx 0{,}335\,\mathrm{s}^{-1}$$

(Dabei wurde die halbe Periodendauer der in Abschnitt 3 beschriebenen Stabbewegung verwendet.)

Damit ergibt sich:

$$U_{ind} \approx 0{,}449 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{V}\,.$$

Diese in der Spule entstandene Spannung wird mit $V_U = 1000$ verstärkt; am Verstärkerausgang beträgt die Spannung daher

$$U_A \approx 0{,}449 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{V} = 0{,}449\,\mathrm{mV}\,.$$

Durch den Hochpass wird diese Spannung wie in Abschnitt 3 beschrieben abgeschwächt, so dass die Mess-Spannung

$$U_{mess} \approx \frac{1}{40} \cdot 0{,}449\,\mathrm{mV} \approx 11{,}23\,\mu\,\mathrm{V}$$

beträgt.

5. Zusammenfassung

1. Die von Dieter Grosch angegebene "U-Formel" zur Berechnung der durch "Ladungsentstehung" induzierten Spannung ist falsch. Berechnungen mit dieser "U-Formel" haben daher keine Bedeutung.
2. Die Quotienten der angegebenen Messwerte für verschiedene Materialien passen nicht zur Theorie (unabhängig von der falschen "U-Formel").
3. Der Verstärkerausgang enthält einen Hochpass, d.h. die Messwerte können nicht direkt auf den Eingang (die Spule) zurückgerechnet werden.

   Der experimentelle Aufbau ist also zu modifizieren:
4. Der Hochpass ist zu entfernen.
5. Da weiter experimentell bestätigt ist, dass bei der Stabbewegung zusätzlich zum Störsignal bei

ruhendem Stab weitere Störsignale auftreten (s. Abschnitt A), genügt die Differenzbildung $\Delta U = U_{mess}(bew.) - U_{mess}(ruh.)$ allein nicht, um Störsignale vom (erhofften) Nutzsignal zu trennen. Wie im experimentellen Teil A gezeigt wurde, ist der Einsatz eines Tiefpasses nötig.

6. Mit Verwendung des Tiefpasses hatte sich aber gezeigt: Die Bewegungssignale (die nicht vom Tiefpass gefiltert werden) haben nicht die nach der DGT zu erwartenden Eigenschaften.

Insgesamt ist festzustellen:

Die Verkündung von Dieter Grosch in de.sci.physik: "Die große Vereinigung der Kräfte ist geschafft" kann nicht als zutreffend angesehen werden.

C Theoretischer Teil: Induzierte Spannung in der DGT und Induktionsgesetz

1. Die "U-Formel"

Bei der Auf- und Ab-Bewegung des Stabes soll eine Ladung im bewegten Stab entstehen. Für diese soll gelten:

$Q=\sqrt{m v^2 r_E 4\pi \varepsilon_0 \varepsilon_r}$ $=\sqrt{m r_E 4\pi \varepsilon_0 \varepsilon_r}\cdot v$	m: Masse des in der Spule befindlichen Stabstückes v: Geschwindigkeit der Stabbewegung r_E: Erdradius ε_0: elektrische Feldkonstante ($8{,}854\cdot 10^{-12}$ As/Vm) ε_r: Dielektrizitätszahl des Stabmaterials

Durch die Bewegung des geladenen Stabes in der Spule soll in dieser eine Spannung induziert werden:

$U_{ind}=Q\mu_0\mu_r l$	μ_0: magnetische Feldkonstante ($4\pi\, 10^{-7}$ Vs/Am) μ_r: relative Permeabilität des Stabmaterials l : Länge des Spulendrahtes

Wie man leicht sieht, ergibt der rechte Term keine Spannung - die Maßeinheit ist:

$$\left[Q\mu_0\mu_r l\right]=\mathrm{As}\frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{Am}}\,\mathrm{m}=\mathrm{Vs}^2$$

Dieses ist im weiteren zu berichtigen. Zunächst aber wird zum Vergleich mit den Messwerten wie folgt umgeformt:

$U_{ind}=\sqrt{\rho V v^2 r_E 4\pi \varepsilon_0 \varepsilon_r}\mu_0\mu_r l$	ρ: Dichte des Stabmaterials Stabvolumen in der Spule: $V=\pi\cdot(8\text{ mm}/2)^2\cdot 20\text{ mm}=1\text{ cm}^3$ Erdradius: $r_E=6{,}37\cdot 10^6$ m Drahtlänge Spulenwicklung: $l=50$ m

Umgeschrieben:

$$U_{ind,0}=\sqrt{\frac{1\,\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}\cdot 1\,\mathrm{cm}^3\cdot 1\frac{\mathrm{m}^2}{s^2}\cdot 6{,}37\cdot 10^6\,\mathrm{m}\cdot 4\pi\varepsilon_0\cdot\mu_0\cdot 50\,\mathrm{m}}=52{,}9\cdot 10^{-9}\,\mathrm{Vs}^2$$

$$U_{ind}(t)=52{,}9\cdot 10^{-9}\,\mathrm{Vs}^2\cdot\sqrt{\frac{\rho}{\mathrm{g/cm}^3}\cdot\varepsilon_r}\cdot\frac{v(t)}{\mathrm{m/s}}$$

2. "U-Formel" und Induktionsgesetz

Die Entstehung der Spannung wird genauer beschrieben:

"Das Messergebnis entsteht dadurch, dass bei Bewegungsänderung des Stabes ein Ladungsänderung erzeugt wird, die ein Magnetfeld erzeugt, das in der Spule eine Spannung induziert." (Homepage DG)

Dies soll hier genauer analysiert werden.

(1) Die hypothetische Ladung soll durch Bewegung entstehen: $Q \sim v$. Eine *Bewegungsänderung* bedingt dann eine *Ladungsänderung*: $\frac{dQ}{dt} \sim \frac{dv}{dt}$.

(2) Diese sich ändernde Ladung befindet sich aber in dem Stab und wird mit diesem mitbewegt. Das bedeutet, die *Ladungsänderung* steht für einen zeitlich veränderlichen *Strom* $I = \frac{dQ}{dt}$.

(3) Dieser *Strom* ruft ein zeitlich veränderliches *Magnetfeld* hervor: $B \sim I$. Dieses kann dann nach dem Faraday'schen Induktionsgesetz *Induktionsspannungen* erzeugen.

Nach dem Faraday'schen Induktionsgesetz $U_{ind} = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\vec{B} \cdot \vec{A}\right)$ gilt bei feststehender Spule und zeitlich veränderlichem Magnetfeld

$$U_{ind} \sim \frac{dB}{dt} .$$

Setzt man nun die obigen Punkte (1) bis (3) ein, so ergibt sich

$$U_{ind} \sim \frac{dB}{dt} \sim \frac{dI}{dt} \sim \frac{d^2Q}{dt^2} \sim \frac{d^2v}{dt^2} .$$

Die "U-Formel" müsste also richtig von der zweiten Ableitung der Geschwindigkeit nach der Zeit abhängen und nicht nur von *v*. Wenn nicht schon von Anfang an ein Widerspruch zum experimentell gesicherten Faraday'schen Induktionsgesetz vorliegen soll, dann muss der Ausdruck für die induzierte Spannung (im Rahmen der zugrunde liegenden Theorie) richtig so formuliert werden:

$$U_{ind}(t) = 52{,}9 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{V} \cdot \sqrt{\frac{\rho}{\mathrm{g/cm^3}} \cdot \varepsilon_r} \cdot \frac{d^2v}{dt^2} / \mathrm{m/s^3} .$$

3. Mathematische Modellierung der Geschwindigkeitsfunktion

Bei der experimentellen Untersuchung der behaupteten "Ladungsentstehung durch Bewegung" sind zwei Grundtypen der Bewegung des Stabes in der Spule angewendet worden: zum einen eine periodische Auf- und Ab-Bewegung über einen gewissen Zeitraum, zum anderen eine einmalige Auf- bzw. Ab-Bewegung (siehe Teil A, Abschnitte 2.2.1 und 3.2).

3.1 Periodische Bewegung

Die periodische Bewegung lässt sich mit Winkelfunktionen modellieren. Für die Auslenkung in vertikaler Richtung gilt z.B.:

$$y(t) = y_{max} \cdot \sin(\omega t) \quad ; \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$v(t)=\frac{dy}{dt}=\omega\cdot y_{max}\cdot\cos(\omega t)$$
$$=\ v_{max}\ \cdot\cos(\omega t)$$

$$\frac{dv}{dt}=-\omega\cdot v_{max}\cdot\sin(\omega t)$$

$$\frac{d^2v}{dt^2}=-\omega^2\cdot v_{max}\cdot\cos(\omega t)$$

Der Maximalwert der zweiten Ableitung ist also $\omega^2\cdot v_{max}=\omega^2\cdot\omega y_{max}=\omega^3\cdot y_{max}$.

Bei den Messungen (siehe Teil A, Abschnitt 3.2) betrug die Hubamplitude $y_{max}=5\,\mathrm{cm}$, als Periodendauern wurden verwendet $T=1\,\mathrm{s}$; $0{,}5\,\mathrm{s}$; $0{,}25\,\mathrm{s}$. Damit ergibt sich:

T/s	$v_{max}/\mathrm{m/s}$	$\omega^3\cdot y_{max}/\mathrm{m/s^3}$
1,00	0,314	12,40
0,50	0,628	99,22
0,25	1,257	793,76

In der korrigierten "U-Formel" treten nun die Werte der zweiten Ableitung der Geschwindigkeit nach der Zeit auf. Die Extremwerte dieser zweiten Ableitung bestimmen daher die Extremwerte der erwarteten Induktionsspannnung:

$$U_{ind,max}=52{,}9\cdot10^{-9}\,\mathrm{V}\cdot\sqrt{\frac{\rho}{\mathrm{g/cm^3}}\cdot\varepsilon_r}\cdot\left(\frac{d^2v}{dt^2}/\mathrm{m/s^3}\right)_{max}$$

Diese induzierte Spannung wird mit dem Verstärkungsfaktor 1000 verstärkt, so dass sich folgende maximale theoretische Spannungen ergeben müssten:

Material	ρ / g/cm³	ε_r	$\omega^3\cdot y_{max}/\mathrm{m/s^3}$	U_{theor} / mV
Holz	0,68	3,5	12,40 99,22 793,76	1,01 8,10 64,78
Aluminium	2,7	1	12,40 99,22 793,76	1,08 8,62 69,00
Messing	8,6	1	12,40 99,22 793,76	1,92 15,39 123,14

Wie die eigenen Messungen in Teil A, Abschnitt 3.2 zeigen, treten diese Werte der hypothetischen

Induktionsspannung nicht auf. Die Theorie der Ladungsentstehung durch Bewegung lässt sich somit nicht bestätigen.

3.2 Einmalige Bewegung

Die Modellierung des Geschwindigkeitsverlaufs bei einmaliger Auf- oder Ab-Bewegung muss folgenden physikalischen Bedingungen genügen:

1. Anfangswerte zum Startzeitpunkt t_0:

   Start aus der Ruhe $v(t_0)=0$

   Stetigkeit der Beschleunigung (keine Sprünge zulässig): $\left(\frac{dv}{dt}\right)(t_0)=0$

2. Bedingungen im Maximum zum Zeitpunkt t_{max}:

   $v(t_{max})=v_{max}$; $\left(\frac{dv}{dt}\right)(t_{max})=0$

3. Endwerte zum Endzeitpunkt t_{end}:

   Endzustand Ruhe $v(t_{end})=0$

   Stetigkeit der Beschleunigung (keine Sprünge zulässig): $\left(\frac{dv}{dt}\right)(t_{end})=0$

3.2.1 Ganzrationale Funktion

Ein einfaches mathematisches Modell, das aber schon alle wesentlichen Punkte erfasst, ist die Anpassung einer ganzrationalen Funktion vom Grad 4, bei der das Maximum nach der Hälfte der Bewegungsdauer T auftritt. Die Modellierung ist besonders einfach, wenn die Bewegung über dem Zeitintervall [-T/2 ... +T/2] abläuft und das Maximum bei T/2 vorliegt:

$$v(t)=a\cdot t^4+b\cdot t^2+c$$

Dieser Ansatz führt mit obigen Bedingungen auf:

$$v(t)=\frac{v_{max}}{(T/2)^4}\cdot t^4-\frac{2v_{max}}{(T/2)^2}\cdot t^2+v_{max}$$

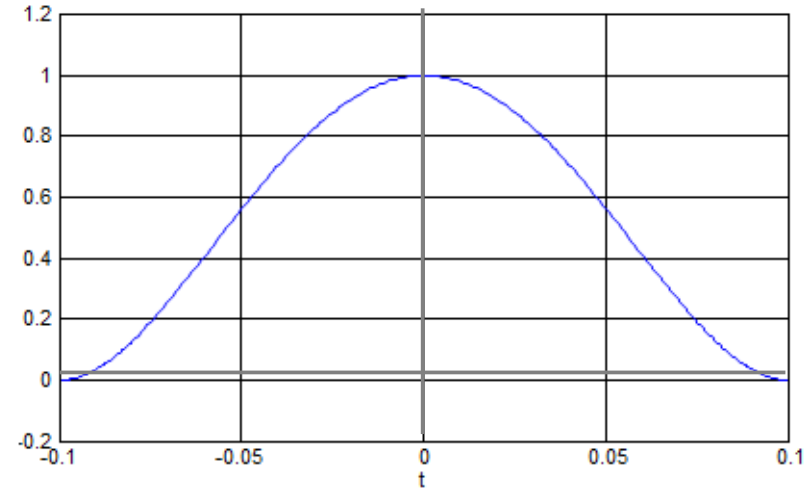
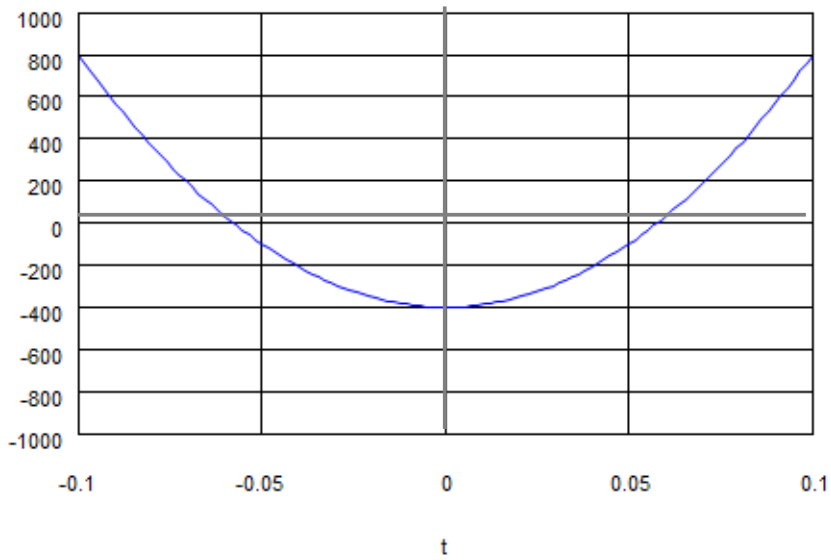
Für die zweite Ableitung folgt:

$$\frac{d^2v}{dt^2}=12\cdot\frac{v_{max}}{(T/2)^4}\cdot t^2-4\cdot\frac{v_{max}}{(T/2)^2}$$

Die Extremwerte treten bei $t = 0$ und bei $t=\pm T/2$ auf:

$$\left(\frac{d^2v}{dt^2}\right)(0)=-4\cdot\frac{v_{max}}{(T/2)^2} \quad ; \quad \left(\frac{d^2v}{dt^2}\right)(\pm T/2)=8\cdot\frac{v_{max}}{(T/2)^2}$$

Die Bewegung bei den eigenen Messungen lässt sich mit den Parametern T = 0,2 s und v_{max} = 1 m/s beschreiben:

$v(t)$	
$\frac{d^2 v}{d t^2}$ Extremwerte: $\frac{d^2 v}{d t^2}(\pm T/2) = 800 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^3}$ $\frac{d^2 v}{d t^2}(0) = -400 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^3}$	

Mit dem Maximalwert der zweiten Ableitung (800 m/s^3) kann wieder die der Theorie nach zu erwartende maximale Induktionsspannung $U_{ind,max} = 52{,}9 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{V} \cdot \sqrt{\frac{\rho}{\mathrm{g/cm^3}} \cdot \varepsilon_r} \cdot \left(\frac{d^2 v}{d t^2} / \mathrm{m/s^3} \right)_{max}$ bestimmt werden. Mit dem Verstärkungsfaktor 1000 ergibt sich wieder die Mess-Spannung:

Material	ρ / g/cm^3	ε_r	$\frac{d^2 v}{d t^2} / \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^3}$	U_{mess} / mV
Holz	0,68	3,5	800	65,3
Aluminium	2,7	1	800	69,5
Messing	8,6	1	800	124,1

Solche Spannungen traten bei den eigenen Messungen nicht auf (siehe Teil A, Abschnitt 2.2). Die Theorie der Ladungsentstehung durch Bewegung lässt sich somit auch durch die Messungen bei einmaliger Auf- oder Ab-Bewegung des Stabes nicht bestätigen.

3.2.2 Glocken-Funktion nach Gauß

Nach Meinung von DG sollte eine "e-Funktion" die einmalige Bewegung beschreiben. Die einzige Möglichkeit ist dann die Verwendung einer Glocken-Funktion: Hier wird zwar die Bedingung $v = 0$ am Anfang und am Ende der Bewegung nicht richtig erfasst, jedoch kann durch geeignete Wahl der Breite des Verlaufes dieser Fehler vernachlässigbar gemacht werden.

Als geeignet erwies sich: $v(t) = v_{max} \cdot e^{-t^2/(T/4)^2}$

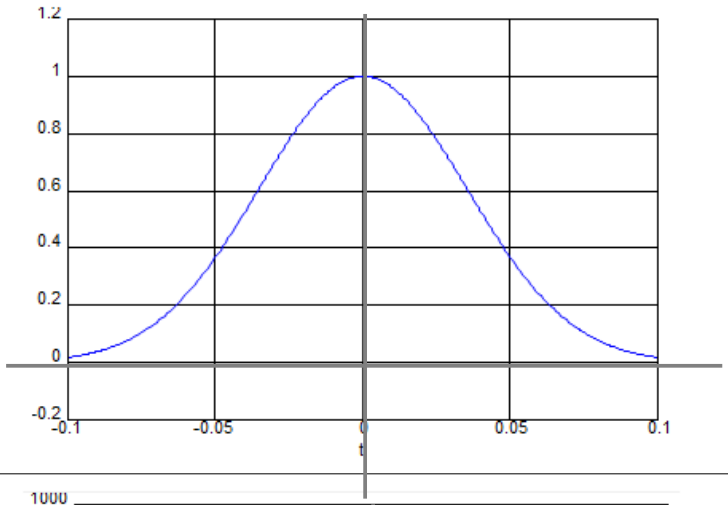
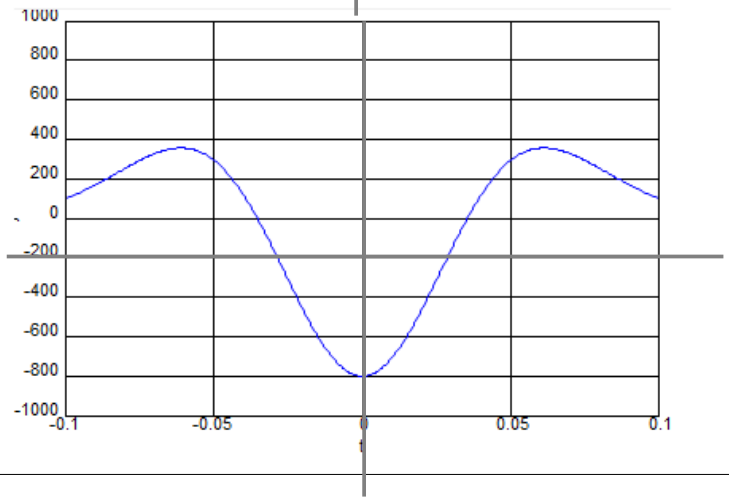
Für die zweite Ableitung folgt:

$$\frac{d^2 v}{d t^2} = v_{max} \cdot e^{-t^2/(T/4)^2} \cdot \left(-\frac{2}{(T/4)^2}\right) \cdot \left[1 - \frac{2t^2}{(T/4)^2}\right]$$

Der Maximalwert tritt bei $t = 0$ auf:

$$\left(\frac{d^2 v}{d t^2}\right)(0) = v_{max} \cdot \frac{2}{(T/4)^2}$$

Mit den oben genannten Werten $T = 0{,}2$ s und $v_{max} = 1$ m/s:

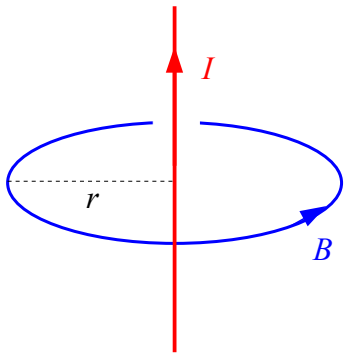
$v(t)$	
$\frac{d^2 v}{d t^2}$ Extremwert: $\frac{d^2 v}{d t^2}(0) = -800 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^3}$	

Das bedeutet: Bis auf das Vorzeichen ergeben sich dieselben extremalen Spannungs-Messwerte wie bei der ganzrationalen Funktion. Wie dort ist wieder anzumerken: Solche Spannungen traten bei den Messungen nicht auf. Die Theorie der Ladungsentstehung durch Bewegung lässt sich somit auch durch die Messungen bei einmaliger Auf- oder Ab-Bewegung des Stabes nicht bestätigen.

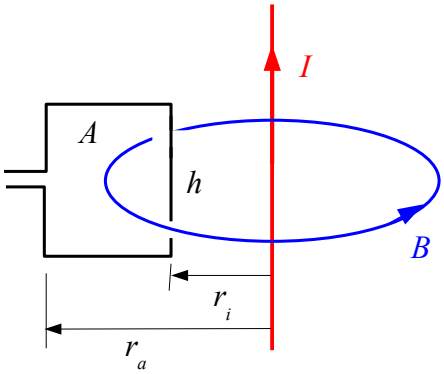
4. DGT-Ladung und Induktionsgesetz

Bereits in Abschnitt 2 wurde festgestellt: Die durch die Bewegung entstehende hypothetische Ladung wird mit dem Stab in der Vertikalen bewegt und stellt damit einen geradlinigen Stromfluss dar. Für das Magnetfeld eines solchen Stroms gilt bekanntlich:

$$B(t)=\mu_0 \cdot \frac{I(t)}{2\pi r}$$



Das Faraday'sche Induktionsgesetz $U_{ind}=\frac{d\Phi}{dt}=\frac{d}{dt}\left(\vec{B}\cdot\vec{A}\right)$ besagt: Wenn das Magnetfeld B eine Fläche A durchsetzt, die durch eine Leiterschleife berandet wird, dann entsteht in dieser Leiterschleife eine Spannung. Bei Auftrennen der Leiterschleife kann an den Endpunkten der Öffnung dann diese Spannung gemessen werden.



Der magnetische Fluss ergibt sich durch Integration über die Fläche der Leiterschleife:

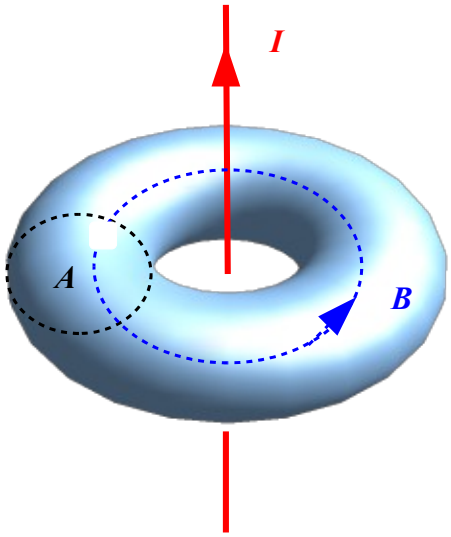
$$\Phi=\int B\,dA=\int_{r_i}^{r_a} B\,h\,dr=\int_{r_i}^{r_a} \mu_0 \frac{I}{2\pi r}\,h\,dr=\frac{\mu_0}{2\pi}\cdot h\cdot \ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)\cdot I$$

Die (real) induzierte Spannung ist dann

$$U_{ind}=\frac{d\Phi}{dt}=\frac{\mu_0}{2\pi}\cdot h\cdot \ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)\cdot\frac{dI}{dt}$$

Nun wird der Stab jedoch in der Achse einer zylindrischen Spule bewegt, das heißt: Die Feldlinien des hypothetischen B-Feldes liegen in der Ebene der Spulenwindungen und durchsetzen daher nicht die Querschnittsfläche der Spule. Das bedeutet: *Es wird in der Spule keine Spannung induziert.*

Zur Überprüfung der behaupteten Ladungsentstehung bei Bewegung und der Behauptung, dass diese bewegte Ladung eine Spannung induzieren kann, wäre also eine *Toroidspule* zu verwenden:



Die hypothetische Induktionsspannung ergibt sich bei einer Spule mit *n* Windungen dann zu:

$$U_{ind} = n \cdot \frac{d}{dt} \int B\, dA = n \cdot \frac{d}{dt} \int \mu_0 \cdot \frac{I(t)}{2\pi r} dA = n \cdot \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\int \frac{1}{r} dA \right) \cdot \frac{dI}{dt}$$

Unter Berücksichtigung von $I = \frac{dQ}{dt}$ und der "bewegungsinduzierten Ladung"

$Q = \sqrt{m r_E 4\pi \varepsilon_0 \varepsilon_r} \cdot v = K \cdot v$ folgt schließlich:

$$U_{ind} = n \cdot \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\int \frac{1}{r} dA \right) \cdot \frac{d^2 Q}{dt^2} = n \cdot \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\int \frac{1}{r} dA \right) \cdot K \cdot \frac{d^2 v}{dt^2}$$

Im Spezialfall einer Toroidspule mit rechteckigem Querschnitt kann wie oben integriert werden und es folgt:

$$U_{ind} = n \cdot \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot h \cdot \ln\left(\frac{r_a}{r_i} \right) \cdot K \cdot \frac{d^2 v}{dt^2}$$

D Ergänzungen und aktueller Stand

Im April 2014 erkannte Dieter Grosch - nach langen Auseinandersetzungen - zwei seiner grundlegenden Fehler an:

- die Fehlerhaftigkeit seiner ursprünglichen "U-Formel" und die Notwendigkeit, die zweite Ableitung der Geschwindigkeit nach der Zeit zu verwenden
- die Tatsache, dass er einen unnötigen Hochpass eingebaut hat, was bedeutet, dass aus der gemessenen Spannung nicht direkt auf die Eingangsspannung U_E (Spulenspannung) geschlossen werden kann, indem die Mess-Spannung durch den Verstärkungsfaktor dividiert wird.

Die korrigierte Form der "U-Formel", wie sie im Rahmen seiner "Theorie" nötig ist, ist damit

$$U_{ind}(t)=52{,}9\cdot 10^{-9}\,\mathrm{V}\cdot\sqrt{\frac{\rho}{\mathrm{g/cm^3}}\cdot\varepsilon_r}\cdot\frac{d^2 v}{d t^2}/\mathrm{m/s^3}$$

(womit nicht gesagt wird, dass diese Formel physikalisch sinnvoll wäre...). Die Verwendung eines Faktors μ_r (relative Permeabilität) ist bei nicht-magnetischen Werkstoffen nicht nötig - und die Verwendung magnetisierter Materialien führt zu klassischen Induktionsspannungen, die nicht von den hypothetischen "Bewegungsspannungen" getrennt werden können. Sie sind für die beabsichtigten Untersuchungen also ungeeignet.

Ebenfalls akzeptiert wird jetzt:

- die von mir in Teil B, Abschnitt 3 angegebene Vorgehensweise zur korrekten Zurückrechnung der gemessenen Spannungen auf den Eingang
- die von mir in Teil C, Abschnitt 3 entwickelte Modellierung der Geschwindigkeitsfunktion für die Stabbewegung
- die Vorgehensweise zur Auswertung der Messwerte: Aus den Messwerten $U_{mess}(ges)$ bei Stabbewegung und $U_{mess}(r)$ bei ruhendem Stab ist das vermutete Nutzsignal durch Differenzbildung $U_{mess}(ges)$ - $U_{mess}(r)$ zu bestimmen (Teil B, Abschnitt 2 und 3).

Damit kann jetzt ein Vergleich der Messwerte mit den theoretischen Werten durchgeführt werden.

1. Vergleich von Messwerten und theoretischen Werten

Die theoretischen Maximal-Werte der Spannung ergeben sich unter Verwendung des Maximalwerts der zweiten Ableitung der Geschwindigkeit nach der Zeit aus:

$$U_{theor}=52{,}9\cdot 10^{-9}\,\mathrm{V}\cdot\sqrt{\frac{\rho}{\mathrm{g/cm^3}}\cdot\varepsilon_r}\cdot\left(\frac{d^2 v}{d t^2}/\mathrm{m/s^3}\right)_{max}\cdot V_U\cdot k(f)$$

Darin ist V_U = 1000 der Verstärkungsfaktor und $k(f)$ der Dämpfungsfaktor des Hochpasses bei der Frequenz f, mit der die Stäbe bewegt wurden.

Wie in Teil C, Abschnitt 3.1 dargelegt wurde, gilt bei der periodischen Stabbewegung:

$$y(t)=y_{max}\cdot\sin(\omega t)\,.$$

Daraus ergeben sich die Ableitungen:

$$v(t)=\frac{dy}{dt}=\omega\cdot y_{max}\cdot\cos(\omega t)=v_{max}\cdot\cos(\omega t)$$
$$a(t)=\frac{dv}{dt}=-\omega^2\cdot y_{max}\cdot\sin(\omega t)=-\omega\cdot v_{max}\cdot\sin(\omega t)$$
$$\frac{d^2v}{dt^2}=-\omega^3\cdot y_{max}\cdot\cos(\omega t)=-\omega^2\cdot v_{max}\cdot\cos(\omega t)$$

Der Maximalwert der zweiten Ableitung der Geschwindigkeit nach der Zeit ist also:

$$\left(\frac{d^2v}{dt^2}\right)_{max}=\omega^2\cdot v_{max}=\omega^3\cdot y_{max}\,.$$

Auf seiner Homepage gibt Dieter Grosch an: "[Es] wurde die Handbewegung analysiert und festgestellt, dass in der Praxis 16 Hübe von etwa y = 0,05 m in 10 s gemacht wurden, also 1,6 Hz, oder T = 0,625 s auftreten."

Also: y_{max} = 2,5 cm ; f = 1,6 Hz ; $T=\frac{10\,\mathrm{s}}{16}=0{,}625\,\mathrm{s}$. Damit ergibt sich

$$\left(\frac{d^2v}{dt^2}\right)_{max}=\left(\frac{2\pi}{0{,}625\,\mathrm{s}}\right)^3\cdot 0{,}025\,\mathrm{m}=25{,}4\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^3}$$

(Angemerkt sei, dass Dieter Grosch zunächst versuchte, durch eine fehlerhafte Manipulation den Maximalwert der zweiten Ableitung der Geschwindigkeit nach der Zeit auf den Wert $\left(\frac{d^2v}{dt^2}\right)_{max}=1{,}28\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^3}$ zu verkleinern, um seine "Theorie" zu retten. In meinem Anhang 1 stelle ich dies ausführlich dar.)

1.1 Alte Messreihe mit dem Originalaufbau

Für den Hochpass mit R = 155 Ω und C = 16 µF (wie er im Originalversuch verwendet wurde) beträgt der Dämpfungsfaktor $k(1{,}6\,\mathrm{Hz})=\frac{1}{40}$. In diesem Aufbau gilt also für die theoretischen Maximal-Werte der Spannung

$$U_{theor}=52{,}9\cdot 10^{-9}\,\mathrm{V}\cdot\sqrt{\frac{\rho}{\mathrm{g/cm^3}}\cdot\varepsilon_r}\cdot 25{,}4\cdot 1000\cdot\frac{1}{40}\,.$$

Dies führt auf folgenden Vergleich von theoretischen (erwarteten) Werten und Messwerten für die 8 mm Stäbe:

Material	$\rho/\frac{g}{\mathrm{cm}^3}$	ε_r	$U_{theor}/\mu\,\mathrm{V}$	$U_{mess}\approx U_{mess}(ges)-U_{mess}(r)/\mu\,\mathrm{V}$
Holz	0,68	3,5	51,8	102,9 ± 17,7
Glas	2,4	7	137,7	53,3 ± 11,7
Aluminium	2,7	1	55,2	114,7 ± 43,0

Kupfer	8,9	1	100,2	117,0 ± 19,2
Edelstahl	7,9	1	94,4	144,7 ± 29,8

Bemerkungen:

1) Bei Glas wurden keine Werte für das Ruhesignal angegeben, sodass diese von mir in Anlehnung an die bei Holz genannten Werte geschätzt wurden.

2) Für die "Messwerte" (in µV) sind auch hier die Anmerkungen auf Seite 28 zu beachten.

3) Da die "U-Formel" Amplitudenwerte angibt, wurden die in Teil B, Abschnitt 2 (Seite 30) erhaltenen Spannungshübe halbiert, um die "Messwerte" mit den theoretischen Werten vergleichen zu können.

Auch hier ist keine Übereinstimmung zwischen Theorie und Messwerten zu erkennen.

Inzwischen gibt Dieter Grosch einen eigenen Wert an: $\left(\frac{d^2 v}{d t^2}\right)_{max} = 13{,}1 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^3}$. Damit erhält man:

Material	$\rho / \frac{g}{\mathrm{cm}^3}$	ε_r	$U_{theor} / \mu\,\mathrm{V}$	$U_{mess} \approx U_{mess}(ges) - U_{mess}(r) / \mu\,\mathrm{V}$
Holz	0,68	3,5	26,5	102,9 ± 17,7
Glas	2,4	7	71	53,3 ± 11,7
Aluminium	2,7	1	28,5	114,7 ± 43,0
Kupfer	8,9	1	51,7	117,0 ± 19,2
Edelstahl	7,9	1	48,7	144,7 ± 29,8

Von Verbesserung kann nicht gesprochen werden...

1.2 Neue Messreihe mit verändertem Aufbau

Inzwischen wurde der Originalaufbau verändert:

Die Verstärkung soll jetzt nur noch $V_U = 250$ betragen.

Der unnötige Hochpass wurde zwar beibehalten, aber durch einen größeren "Arbeitswiderstand" $R = 9{,}1\,\mathrm{k}\Omega$ modifiziert. Mit dem Kondensator von $C = 16\,\mu\mathrm{F}$ ergibt sich eine neue Übertragungsfunktion $k(f) = \left|\frac{U_{mess}}{U_A}\right| = \frac{\omega RC}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}}$ die bei der Bewegungsfrequenz der Stäbe $f =$ 1,6 Hz den Wert k (1,6 Hz) = 0,83 aufweist.

Damit wurden neue Messungen durchgeführt, für die folgende Messwerte angegeben werden:

Stab (8 mm)	Ruhesignal (max.) $U_{max}(r)$ / µV	Ruhesignal (min) $U_{min}(r)$ / µV	Mess-Signal bei Bewegung (max) $U_{max}(b)$ / µV	Mess-Signal bei Bewegung (min) $U_{min}(b)$ / µV
Holz	73,9 ± 17,5	- 61,8 ± 10,0	210,2 ± 44,7	- 198,7 ± 34,3
Glas	66,7 ± 16,7	- 65,2 ± 24,3	244,0 ± 70,1	- 209,6 ± 83,4
Alu	62,4 ± 13,9	- 64,1 ± 12,2	243,2 ± 46,9	- 255,0 ± 64,3
Kupfer	66,5 ± 9,6	- 65,1 ± 15,1	277,4 ± 84,3	- 303,6 ± 104,2
Edel-Stahl	73,1 ± 11,2	- 71,1 ± 11,6	580,3 ± 180,4	- 485,7 ± 130,2

Zur Auswertung werden zunächst wieder die Spannungshübe $U_{pp} = U_{max} - U_{min}$ bestimmt, und aus diesen dann das hypothetische Nutzsignal ermittelt: $U_{pp} = \Delta U = U_{pp}(\text{bewegt}) - U_{pp}(\text{ruhend})$

Stab	$U_{pp}(b.) = U_{max}(b.) - U_{min}(b.)$ / µV	$U_{pp}(r.) = U_{max}(r.) - U_{min}(r.)$ / µV	$U_{pp} = \Delta U$ / µV
Holz	408,9 ± 56,3	135,7 ± 20,2	273,2 ± 59,8
Glas	453,6 ± 108,9	131,9 ± 29,5	321,7 ± 112,9
Alu	498,2 ± 79,6	126,5 ± 18,5	371,7 ± 81,7
Kupfer	581,0 ± 134,0	131,6 ± 17,9	449,4 ± 135,2
Edel-Stahl	1066,0 ± 222,5	144,2 ± 16,1	921,8 ± 223,1

Mit dem oben angegebenen Wert für den Dämpfungsfaktor k (1,6 Hz) = 0,83 ergeben sich die theoretischen Werte aus

$$U_{theor} = 52{,}9 \cdot 10^{-9}\,\text{V} \cdot \sqrt{\frac{\rho}{\text{g/cm}^3} \cdot \varepsilon_r} \cdot 25{,}4 \cdot 250 \cdot 0{,}83 \quad .$$

Dies führt auf folgenden Vergleich von theoretischen (erwarteten) Werten und Messwerten U_{max} für die Spannungsamplitude bei den 8 mm Stäben:

Stab	$\rho / \frac{g}{cm^3}$	ε_r	U_{theor} / µV	U_{max} / µV
Holz	0,68	3,5	430,1	136,6 ± 29,9
Glas	2,4	7	1142,8	160,9 ± 56,4
Aluminium	2,7	1	458,1	185,5 ± 40,8
Kupfer	8,9	1	831,8	224,7 ± 67,6
Edelstahl	7,9	1	783,6	460,9 ± 111,5

Es ist unübersehbar: Theoretische Werte und experimentelle Werte weichen extrem voneinander ab.

Unter Verwendung des von Dieter Grosch angegebenen Maximalwertes der zweiten Ableitung der Geschwindigkeit nach der Zeit (13,1 m/s^3) erhält man folgende Werte:

Stab	$\rho / \frac{g}{cm^3}$	ε_r	$U_{theor} / \mu V$	$U_{max} / \mu V$
Holz	0,68	3,5	221,8	136,6 ± 29,9
Glas	2,4	7	589,4	160,9 ± 56,4
Aluminium	2,7	1	236,3	185,5 ± 40,8
Kupfer	8,9	1	429	224,7 ± 67,6
Edelstahl	7,9	1	404,2	460,9 ± 111,5

Eine weitere Beurteilungsmöglichkeit bieten die in Teil B, Abschnitt 2 schon verwendeten Spannungsverhältnisse. Diese sind auch deswegen interessant, weil sie unabhängig vom Maximalwert der zweiten Ableitung der Geschwindigkeit nach der Zeit und vom Übertragungsverhalten des Hochpasses sind: $\frac{U_{ind,2}}{U_{ind,1}} = \frac{\sqrt{\rho_2 \cdot \varepsilon_{r,2}}}{\sqrt{\rho_2 \cdot \varepsilon_{r,2}}}$. Die Dielektrizitätszahl von Glas ist $\varepsilon_r = 6 \ldots 8$. Für die Berechnung der theoretischen Werte wird hier $\varepsilon_r = 7$ verwendet.

Materialien	theoretisch	experimentell (alt)	experimentell (neu)
U_{Al} / U_{Holz}	1,07	1,16 +- 0,45	1,36 ± 0,42
U_{Cu} / U_{Holz}	1,93	1,25 +- 0,30	1,64 ± 0,61
$U_{E\text{-}St} / U_{Holz}$	1,82	1,46 +- 0,49	3,37 ± 1,10
U_{Glas} / U_{Holz}	2,66	-	1,18 ± 0,49
U_{Cu} / U_{Al}	1,82	1,08 +- 0,41	1,21 ± 0,45
$U_{E\text{-}St} / U_{Al}$	1,71	1,26 +- 0,56	2,48 ± 0,81
U_{Glas} / U_{Al}	2,49	-	0,86 ± 0,36
$U_{E\text{-}St} / U_{Cu}$	0,94	1,17 +- 0,38	2,05 ± 0,79
U_{Glas} / U_{Cu}	1,37	-	0,72 ± 0,33
$U_{Glas} / U_{E\text{-}St}$	1,46	-	0,35 ± 0,15

Hier sind nicht nur die deutlichen Abweichungen von Theorie und experimentellen Ergebnissen interessant. Es ist sogar zu erkennen: Innerhalb der Fehlergrenzen sind die experimentellen

Quotienten der älteren Messreihe vereinbar mit 1. Bei der neueren Messreihe trifft dies bei den Quotienten, in denen Holz, Al, Cu und Glas beteiligt sind, ebenfalls zu. Die Quotienten, in denen Edelstahl beteiligt ist, zeigen hier deutlich größere Werte als bei der älteren Messreihe. Das lässt darauf schließen, dass inzwischen eine schwache Magnetisierung des Stahl-Stabes eingetreten sein dürfte - die erhöhten Spannungswerte sind also einfach auf Induktion zurückzuführen.

Alles zusammen bedeutet: Es gibt den behaupteten Effekt "Ladungsentstehung durch Bewegung" gar nicht.

2. Einführung geänderter Dielektrizitätszahlen

Um diese Diskrepanzen zu beseitigen hat Dieter Grosch eine Veränderung der Werte von Dielektrizitätszahl und relativer Permeabilität vorgenommen:

Material	$\rho / \frac{g}{cm^3}$	ε_r	μ_r
Holz	0,7	**4**	1
Aluminium	2,7	**2**	1
Kupfer	8,9	1	1
Edelstahl	7,9	1	**2**
Glas	2,5	**2**	1

Begründet wird dies damit,

- dass die "Dielektrizitätskonstante insbesondere auf Hydrophobie von Glas, Aluminium und Holz beruht" (Homepage DG)
- und dass Edelstahl eine Restmagnetisierung besitzt.

Dazu ist zu sagen:

- Experimentelle Bestimmungen der Dielektrizitätszahl von Glas ergeben Werte im Bereich von 6 bis 8. Der Phantasiewert "2" ist unsinnig.
- Aluminium ist ein Leiter, kein Dielektrikum - und besitzt daher auch keine Dielektrizitätszahl. (siehe dazu genauer auch den folgenden Abschnitt).
- Edelstahl: Hier wird also eine Magnetisierung eingeräumt - somit tritt bei Stabbewegung klassische Induktion auf. Die Induktionsspannungen können dann nicht von der erwarteten "durch Ladungsentstehung hervorgerufene Spannung" getrennt werden. Anders gesagt: Für die Zwecke von Dieter Grosch ist die Verwendung eines magnetisierten Edelstahlstabes sinnlos.

Mit den veränderten Werten bildet er nun $\frac{U_{mess}(bew.)-U_{mess}(ruh.)}{\sqrt{\frac{\rho}{g/cm^3}\cdot\varepsilon_r\cdot\mu_r}}$. Dies ist zu vergleichen mit

dem theoretischen Wert, der sich aus $U_{theor}=52{,}9\cdot 10^{-9}\,V\cdot\sqrt{\frac{\rho}{g/cm^3}\cdot\varepsilon_r}\cdot\left(\frac{d^2v}{dt^2}/m/s^3\right)_{max}\cdot V_U\cdot k(f)$

ergibt:

$$\frac{U_{theor}}{\sqrt{\frac{\rho}{\mathrm{g/cm^3}}\cdot\varepsilon_r}} = 52{,}9\cdot 10^{-9}\,\mathrm{V}\cdot\left(\frac{d^2 v}{d t^2}/\mathrm{m/s^3}\right)_{max}\cdot V_U\cdot k(f)$$
$$= 52{,}9\cdot 10^{-9}\,\mathrm{V}\cdot 25{,}4\cdot 250\cdot 0{,}83$$
$$= 2{,}788\cdot 10^{-4}\,\mathrm{V} = 278{,}8\,\mu\,\mathrm{V}$$

Auch mit den unsinnigen Änderungen der Dielektrizitätszahlen wird dieser Wert nicht erhalten - es ergeben sich Werte, die um 80 µV liegen (wobei die Phantasiewerte von ε_r benutzt wurden).

3. Oberflächen-Oxidschichten als Dielektrika

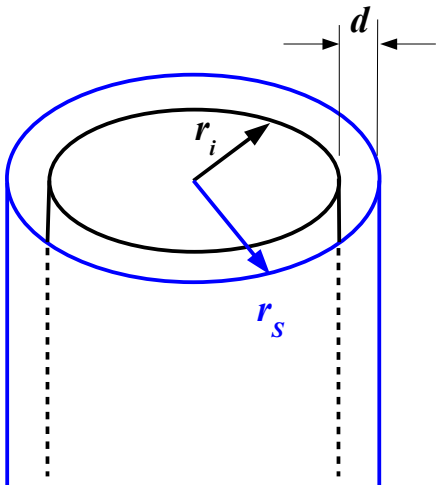
In einer privaten Mitteilung ergänzte Dieter Grosch noch:

- "das eps gilt nur bei Al und Holz, weil es durch die OH-Gruppen polarisiert wird"
  (Glas kam erst später dazu)
- "bei Al ist nur eine dünne Schicht wirksam"
  (was dann bei Glas wohl auch so sein müsste)

Das lässt sich genauer untersuchen. Der Beziehung für die durch Bewegung entstehende Ladung

$$Q = \sqrt{m v^2 r_E\cdot 4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} = \sqrt{\rho V \varepsilon_r\cdot v^2 r_E\cdot 4\pi\varepsilon_0} = \sqrt{m v^2 r_E\cdot 4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} = \sqrt{\rho V \varepsilon_r}\cdot\sqrt{v^2 r_E\cdot 4\pi\varepsilon_0}$$

ist zu entnehmen, dass ein Volumenanteil V des Stabes gemäß seiner physikalischen Eigenschaften Dichte ρ und Dielektrizitätszahl ε_r zur (hypothetischen) Ladung beiträgt. Wenn nun eine "dünne Oberflächenschicht" mit der gewünschten Dielektrizitätszahl vorliegen soll, dann kann der Stab als Vollzylinder aus dem eigentlichen Material und einem äußeren Hohlzylinder aus dem Dielektrikum zusammengesetzt werden:



r_S: Radius des Stabes

d: Dicke der Oberflächenschicht (Dielektrikum)

r_i: Radius des inneren Zylinders (Aluminium)

Zum Aluminium findet man folgende Angaben:

- "Aluminium besitzt eine dichte amorphe (feinstkristalline) Schicht aus Al_2O_3, über der eine dicke, poröse, hydratisierte Aluminiumoxidschicht liegt."
  (Kalpakjian, Schmid, Werner: Werkstofftechnik; Herstellung, Verarbeitung, Fertigung, S.240. Pearson Studium, 2011)

- "Die gegenüber einer Vielzahl von Korrosionsmedien zu beobachtende Beständigkeit verdankt [Aluminium] einer dünnen Oberflächenoxidschicht (etwa 0,7 µm), die sich schon bei der Lagerung bildet."
  (Schatt, Simmchen, Zouhar (Hg.): Konstruktionswerkstoffe des Maschinen- und Anlagenbaues, S.286. Wiley-VCH, 1998)
- Die Dichte von Aluminiumoxid wird mit 3,94 g/cm³ angegeben.

Für den 8 mm Al-Stab sind die Abmessungen und Eigenschaften dann:

$$r_S = 0{,}4\,\mathrm{cm} \qquad d = 0{,}7\,\mu\,\mathrm{m} \qquad r_i = r_S - d = 0{,}4\,\mathrm{cm} - 0{,}7\cdot 10^{-4}\,\mathrm{cm}$$

$$\rho_d = 3{,}94\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3} \quad \varepsilon_{rd} = 2 \qquad \rho_i = 2{,}7\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3} \quad \varepsilon_{ri} = 1$$

Die hypothetische, durch Bewegung entstehende Ladung enthält nun zwei Anteile:

$$Q = Q_i + Q_d = \sqrt{\rho_i V_i \varepsilon_{ri} \cdot v^2 r_E \cdot 4\pi\varepsilon_0} + \sqrt{\rho_d V_d \varepsilon_{rd} \cdot v^2 r_E \cdot 4\pi\varepsilon_0} = \left(\sqrt{\rho_i V_i \varepsilon_{ri}} + \sqrt{\rho_d V_d \varepsilon_{rd}}\right)\cdot\sqrt{v^2 r_E \cdot 4\pi\varepsilon_0}$$

Daher enthält nun auch die "U-Formel" zwei Anteile, die zum inneren Vollzylinder (Metall) bzw. dem äußeren Hohlzylinder (Oxidschicht mit dielektrischen Eigenschaften) gehören:

$$U_{ind}(t) = \left(\sqrt{\rho_i V_i \varepsilon_{ri}} + \sqrt{\rho_d V_d \varepsilon_{rd}}\right)\cdot\sqrt{r_E \cdot 4\pi\varepsilon_0}\cdot\mu_0 l \cdot \frac{d^2 v}{d t^2}$$

In der üblichen Weise werden die Konstanten wieder zusammengefasst, so dass sich ergibt:

$$U_{ind}(t) = 52{,}9\cdot 10^{-9}\,\mathrm{V}\cdot\left(\sqrt{\frac{V_i}{\mathrm{cm}^3}\cdot\frac{\rho_i}{\mathrm{g/cm}^3}\cdot\varepsilon_{ri}} + \sqrt{\frac{V_d}{\mathrm{cm}^3}\cdot\frac{\rho_d}{\mathrm{g/cm}^3}\cdot\varepsilon_{rd}}\right)\cdot\left(\frac{d^2 v}{d t^2}/\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^3}\right)$$

Mit der Höhe der Spulenwicklung $h_{Sp} = 2\,\mathrm{cm}$ ergeben sich die Volumina:

$$V_i = \pi r_i^2 \cdot h_{Sp} = 1{,}004958\,\mathrm{cm}^3 \quad ; \quad V_d = \pi\cdot\left(r_S^2 - r_i^2\right)\cdot h_{Sp} = 3{,}518276\cdot 10^{-4}\,\mathrm{cm}^3$$

und damit

$$\sqrt{\frac{V_i}{\mathrm{cm}^3}\cdot\frac{\rho_i}{\mathrm{g/cm}^3}\cdot\varepsilon_{ri}} = 1{,}6472 \quad ; \quad \sqrt{\frac{V_d}{\mathrm{cm}^3}\cdot\frac{\rho_d}{\mathrm{g/cm}^3}\cdot\varepsilon_{rd}} = 5{,}2654\cdot 10^{-2}$$

Die der Theorie nach zu erwartenden maximalen Mess-Spannungen ergeben sich dann aus

$$U_{theor} = 52{,}9\cdot 10^{-9}\,\mathrm{V}\cdot\left(\sqrt{\frac{V_i}{\mathrm{cm}^3}\cdot\frac{\rho_i}{\mathrm{g/cm}^3}\cdot\varepsilon_{ri}} + \sqrt{\frac{V_d}{\mathrm{cm}^3}\cdot\frac{\rho_d}{\mathrm{g/cm}^3}\cdot\varepsilon_{rd}}\right)\cdot\left(\frac{d^2 v}{d t^2}/\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^3}\right)_{max}\cdot V_U \cdot k(1{,}6\,\mathrm{Hz})\,.$$

Alte Messreihe: $U_{mess} = (113 \pm 38{,}1)\,\mu\,\mathrm{V}$

$$U_{theor} = 52{,}9\cdot 10^{-9}\,\mathrm{V}\cdot\left(1{,}6472 + 5{,}2654\cdot 10^{-2}\right)\cdot 25{,}4\cdot 1000\cdot\frac{1}{40}$$
$$= 55{,}3\,\mu\,\mathrm{V} + 1{,}77\,\mu\,\mathrm{V} = 57{,}1\,\mu\,\mathrm{V}$$

Die dünne Oberflächen-Oxidschicht ändert nichts aus einem einfachen Grund: ihr Beitrag ist vernachlässigbar gering.

Neue Messreihe: $U_{mess} = (46{,}5 \pm 10{,}2)\,\mu\,\mathrm{V}$

$$U_{theor} = 52{,}9 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{V} \cdot \left(1{,}6472 + 5{,}2654 \cdot 10^{-2}\right) \cdot 25{,}4 \cdot 250 \cdot 0{,}83$$
$$= 459{,}3\,\mu\,\mathrm{V} + 14{,}7\,\mu\,\mathrm{V} = 474{,}0\,\mu\,\mathrm{V}$$

Wie schon in 1.2 festgestellt wurde, weichen theoretischer und experimenteller Wert stark voneinander ab. Auch hier zeigt sich darüber hinaus: der Beitrag der dünnen Oberflächen-Oxidschicht ist völlig vernachlässigbar.

Die gleiche Betrachtung lässt sich für den 8 mm Glas-Stab anstellen:

$$r_S = 0{,}4\,\mathrm{cm} \qquad d = 0{,}7\,\mu\,\mathrm{m} \qquad r_i = r_S - d = 0{,}4\,\mathrm{cm} - 0{,}7 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{cm}$$
$$\rho_d = 4\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3} \quad \varepsilon_{rd} = 2 \qquad \rho_i = 2{,}4\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3} \quad \varepsilon_{ri} = 7$$

Für die Dicke der Oberflächenschicht wurde derselbe Wert wie für Aluminium geschätzt. Die Dichte wurde zugunsten der Theorie mit 4 g/cm^3 angenommen.

Alte Messreihe: $U_{mess} \approx 60\,\mu\,\mathrm{V}$

$$U_{theor} = 52{,}9 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{V} \cdot \left(4{,}1089 + 5{,}3053 \cdot 10^{-2}\right) \cdot 25{,}4 \cdot 1000 \cdot \frac{1}{40}$$
$$= 138{,}0\,\mu\,\mathrm{V} + 1{,}78\,\mu\,\mathrm{V} = 139{,}8\,\mu\,\mathrm{V}$$

Neue Messreihe: $U_{mess} = (40{,}2 \pm 14{,}1)\,\mu\,\mathrm{V}$

$$U_{theor} = 52{,}9 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{V} \cdot \left(4{,}1089 + 5{,}3053 \cdot 10^{-2}\right) \cdot 25{,}4 \cdot 250 \cdot 0{,}83$$
$$= 1145{,}6\,\mu\,\mathrm{V} + 14{,}8\,\mu\,\mathrm{V} = 1160{,}4\,\mu\,\mathrm{V}$$

Auch hier weichen theoretischer und experimenteller Wert extrem voneinander ab, und der Beitrag der Oberflächenschicht ist wieder völlig vernachlässigbar.

Zusammenfassung

1. Die neuen Messungen von Dieter Grosch stehen in krassem Gegensatz zu den aus seiner Theorie folgenden Werten. Die Auswertung ergibt mehrere Falsifikationen seiner Theorie der "Ladungsentstehung durch Bewegung".
2. Die Einführung neuer Dielektrizitätszahlen bei Aluminium und Glas und damit verbunden der Einführung von "dünnen Oberflächen-Oxidschichten", welche die gewünschten Dielektrizitätszahlen aufweisen sollen, ändern nichts: die Beiträge der Spannungen,die theoretisch durch diese Schichten hervorgerufen würden, sind vernachlässigbar klein.
3. Meine eigenen Messungen (siehe Teil A) zeigen:
   a) Die der Theorie nach zu erwartenden Spannungen (siehe Teil C, Abschnitt 3.1) liegen (für meinen Aufbau und meine Versuchsausführungen) zwischen 1 mV und 123 mV - was ohne Schwierigkeiten messbar gewesen wäre. Solche Spannungen wurden aber nicht beobachtet.
   b) Die behauptete Abhängigkeit von Dichte und Dielektrizitätszahl lässt sich experimentell nicht bestätigen. Die Zusammenfassung der Ergebnisse in Teil A, Abschnitt 3.2 zeigt eindeutig, dass keine einzige aus der Theorie folgende Voraussage bestätigt wird.
   c) Das wird noch untermauert durch weiter gehende Untersuchungen, die ich über die Messungen von DG hinaus vorgenommen habe:

* Untersuchung des Einflusses der Periodendauer der Stabbewegung:
  die nach der Theorie zu erwartende Abhängigkeit wird nicht beobachtet;
* Vergleich von massivem Stab und Rohr aus demselben Material:
  die nach der Theorie zu erwartende Abhängigkeit vom Volumen wird nicht beobachtet.

4. Weiter bleibt nach wie vor festzuhalten, dass die hypothetisch bei Stabbewegung entstehende Ladung nach dem Induktionsgesetz überhaupt keine Spannung in der Spule induzieren kann (siehe Teil C, Abschnitt 4).

Kurz gesagt: So, wie die Dinge im Moment stehen, ist die Theorie der "Ladungsentstehung bei Bewegung" sowohl theoretisch als auch experimentell widerlegt.

E Klassische Erklärung der gemessenen Spannungen

Es werden die neuen Messwerte (bei modifiziertem Hochpass) betrachtet. Bei der Auswertung ist zu bedenken, dass der Hauptanteil des Störsignals bei ruhendem Stab ein netzfrequenter Anteil (f = 50 Hz) ist, das Nutzsignal aber mit der Frequenz 1,6 Hz erzeugt wird. Die von Dieter Grosch angegebenen Werte sollen die nach dem Hochpass gemessenen Spannungen sein. Diese sind unter Verwendung des Dämpfungsfaktors des Hochpasses k(1,6 Hz) = 0,83 und k(50 Hz) = 0,999 ≈ 1 sowie des (unnötig klein gewählten) Verstärkungsfaktors V_U = 250 auf die Eingangsseite des Verstärkers umzurechnen. Aus den bei ruhendem Stab $U_{pp}(r)=U_{mess}(r)/250$ und bei bewegtem Stab $U_{pp}(b)=U_{mess}(b)/(0{,}83\cdot 250)$ erhaltenen Messwerten ergeben sich die Spannungshübe $\Delta U=U_{pp}(b)-U_{pp}(r)$ des Nutzsignals, und daraus die Amplituden $U_{max}=\Delta U/2$.

Stab	$U_{pp}(r)$ / nV	$U_{pp}(b)$ / nV	ΔU / nV	U_{max} / nV
Holz	542,8 ± 80,8	1970,6 ± 271,3	1427,8 ± 283,1	713,9 ± 141,6
Glas	527,6 ± 118,0	2186,0 ± 524,8	1658,4 ± 537,9	829,2 ± 136,0
Alu	506,0 ± 74,0	2401,0 ± 383,6	1895,0 ± 390,7	947,5 ± 195,4
Kupfer	526,4 ± 71,6	2800,0 ± 645,8	2273,6 ± 649,8	1136,8 ± 324,9
Edel-Stahl	576,8 ± 64,4	5137,3 ± 1072,3	4560,5 ± 1074,2	2280,3 ± 537,1

Vergleich der nicht-metallischen Stäbe:

1. Ruhesignale: Holz: $U_{max}(r)=(271{,}4\pm 40{,}4)\,\text{nV}$; Glas: $U_{max}(r)=(263{,}8\pm 59{,}0)\,\text{nV}$
   Mittelwert: $U_{max}(r)=(267{,}3\pm 35{,}6)\,\text{nV}$

2. Nutzsignal: Das Verhältnis $U_{max}(Holz)/U_{max}(Glas)=0{,}86\pm 0{,}22$ zeigt, dass diese Materialien im Rahmen der Fehlergrenzen als gleich betrachtet werden können. Im folgenden wird der Mittelwert aus den Werten für Holz und Glas verwendet: $U_{max}\approx(771{,}6\pm 98{,}2)\,\text{nV}$. Das bedeutet: Die Bewegung der nicht-metallischen Stäbe in der Spule ruft ein reines Bewegungs-Grundsignal von etwa 770 nV hervor. Die metallischen Stäbe lassen bei Bewegung noch darüber hinausgehende Spannungen entstehen. Es stellen sich somit zwei Fragen:

1. Wie lässt sich das reine Bewegungs-Grundsignal von Holz/Glas erklären?
2. Welche Mechanismen führen zu höheren Spannungen bei Al/Cu/Edelstahl?

Die in Teil A, Abschnitt 2.1 dargestellten Voruntersuchungen und die weiteren experimentellen

Untersuchungen haben ergeben: Das Ruhesignal besteht im Wesentlichen aus netz- und höherfrequenten externen Wechselfeldern, die Induktionsspannungen in der Spule entstehen lassen. Diese Grundidee soll nun weiter verfolgt werden.

Zu 1:

Experimentelle Untersuchungen:

Es darf nicht übersehen werden, dass neben der Induktivität der Spule auch noch Kapazitäten in dem verwendeten Aufbau vorliegen:

1. Der Verstärker weist eine Eingangskapazität auf, die im INA-Datenblatt mit $C_E = 6$ pF angegeben wird.
2. Die äußere Beschaltung des Verstärkereingangs weist kapazitive Kopplungen der Spule und des Aufbaus mit der Umgebung auf, die zusammenfassend als C_A bezeichnet werden. C_A setzt sich aus folgenden Anteilen zusammen:
   a) Der in die Spule eingebrachte und vertikal gehaltenene Stab verhält sich im Wesentlichen wie ein vertikal angeordneter Zylinderleiter mit Durchmesser d und Länge l in Höhe h über einer ebenen Fläche. Für dessen Kapazität gilt (siehe z.B. „Physik Formelsammlung für Ingenieure und Naturwissenschaftler“, von Peter Kurzweil, Bernhard Frenzel,Florian Gebhard, Vieweg Verlag, S. 243):

$$C_{S,E} = \frac{2\pi\varepsilon_0 \cdot l}{\ln\left(\frac{2l}{d}\sqrt{\frac{4h+l}{4h+3l}}\right)}$$

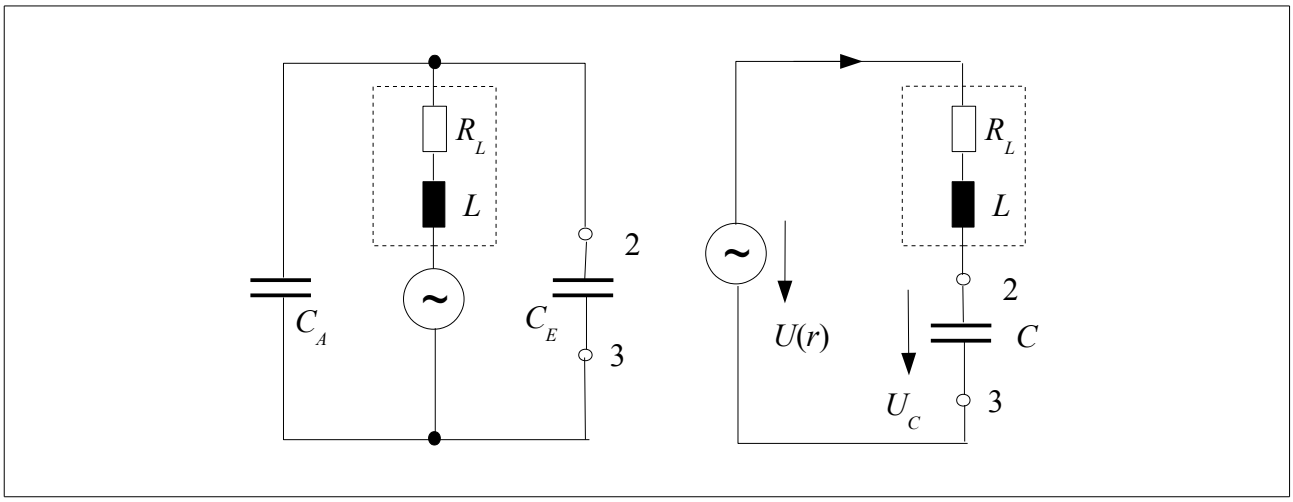
   Beispiel: Mit $d = 8$ mm, $l = 50$ cm und $h = 10$ cm ergibt sich $C_{S,E} = 6{,}24$ pF.

   b) Der in der Spule befindliche Stabteil (Radius r_a) bildet mit der Spulenwicklung (Radius r_{Sp}, Länge l_{Sp}) einen Zylinderkondensator:

$$C_Z = \frac{2\pi\varepsilon_0 \cdot l_{Sp}}{\ln\left(\frac{r_{Sp}}{r_a}\right)}.$$

   c) Der aus der Spule herausstehende Teil des Stabes und das Äußere der Spule tragen eine weitere Streukapazität bei, die nur zu schätzen ist.

Für den Verstärkereingang lässt sich nun folgendes Ersatzschaltbild aufstellen:



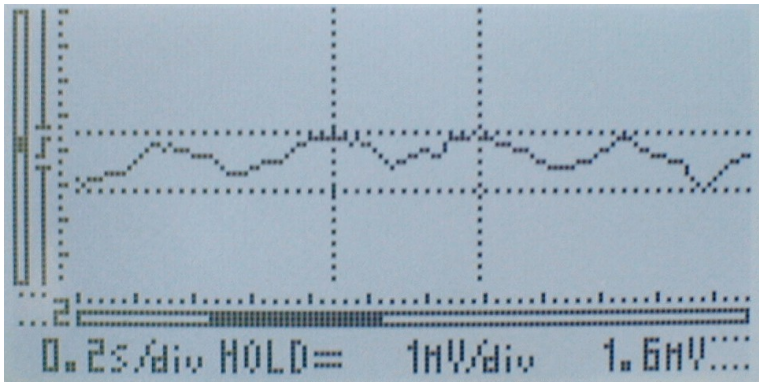
C_A: kapazitive Kopplungen mit der Umgebung (zusammengefasst) C_E: Eingangskapazität Verstärker R_L, L : Ohm-Widerstand und Induktivität der Spule $U(r)$: Ruhesignal, nachgebildet durch Spannungsquelle 2, 3: Anschlusspins des Verstärkereingangs	Durch Zusammenfassen des Kapazitäten zur Gesamtkapazität C und Umzeichnen ist zu erkennen, dass sich als Ersatzschaltbild des Eingangskreises ein Reihenschwingkreis ergibt.

Bei der periodischen Bewegung des Stabes in der Spule mit der Frequenz f_H werden nun unvermeidlich die kapazitiven Verhältnisse verändert, da durch diesen Eingriff von außen die kapazitiven Kopplungen mit der Umgebung verändert werden. Die periodische Veränderung der Kapazität bedingt dann natürlich eine periodische Veränderung der Strom- und Spannungsverhältnisse im Schwingkreis. Insbesondere wird sich auch die Spannung am Kondensator mit der Frequenz f_H periodisch ändern.

Zur Überprüfung dieser Erwartung wurde folgende Untersuchung durchgeführt:

- parallel zur Spule (ohne eingebrachten Stab) wurde ein Drehkondensator (C = 30 ... 220 pF) angeschlossen;
- im Bereich kleiner Kapazitätswerte wurden kleine Drehbewegungen mit der Frequenz f_H = 2 Hz ausgeführt;
- im Verstärkerausgang wurden Tief- und Hochpass verwendet und die Ausgangsspannung hinter dem Hochpass oszillographiert;
- durch Messung am Drehkondensator wurde anschließend festgestellt, dass mit der Drehbewegung ein Kapazitätsintervall von etwa 5 pF überstrichen wurde, also eine Änderung um $\Delta C \approx \pm 2{,}5\,\mathrm{pF}$ vorgelegen hatte.

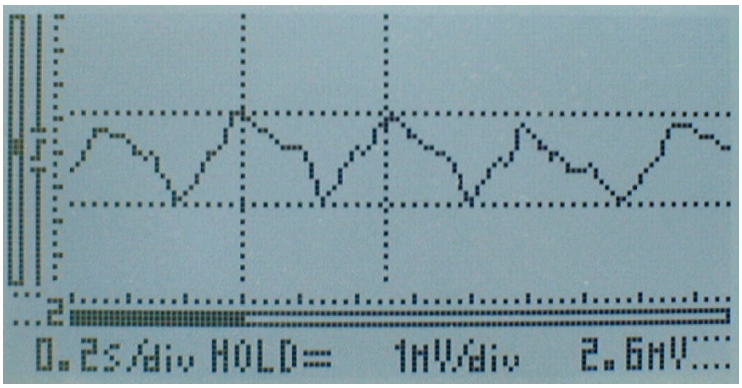
Folgendes Bild zeigt den typischen Signalverlauf bei der beschriebenen Änderung der Kapazität im Eingangskreis:



Es zeigt sich eine Amplitude von etwa 0,8 mV. Unter Berücksichtigung der Verstärkung und der Dämpfungsfaktoren von Hoch- und Tiefpass kann daher auf eine Schwankung der Eingangsspannung mit der Amplitude $U_{max} \approx 883\,\mathrm{nV}$ geschlossen werden. Dies ist in Übereinstimmung mit dem Mittelwert des Nutzsignals bei Holz und Glas, der sich aus den Werten der Messreihe von Dieter Grosch ergibt: $U_{max} \approx (771{,}6 \pm 98{,}2)\,\mathrm{nV}$.

Bei einer zweiten Messung wurde ein größeres Kapazitätsintervall von etwa 10 pF überstrichen, also eine Änderung um $\Delta C \approx \pm 5\,\mathrm{pF}$ hervorgerufen. Das Oszillogramm zeigt, dass sich dadurch

eine größere Amplitude von etwa 1,3 mV ergibt:

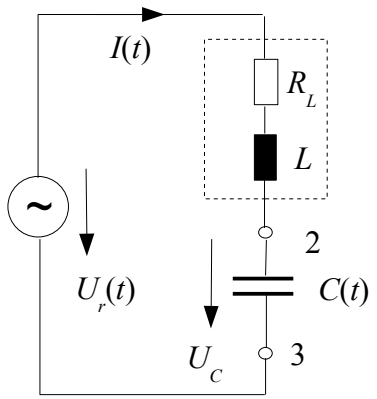


Daraus kann auf eine Schwankung der Eingangsspannung mit der Amplitude $U_{max} \approx 1435\,\text{nV}$ geschlossen werden.

Dieser Modellversuch zeigt also deutlich: Eine periodische Veränderung der kapazitiven Verhältnisse im Eingang des Verstärkers kann Mess-Spannungen hervorrufen, deren Größe den bei Stabbewegung in der Spule gemessenen Spannungen entspricht.

Theoretische Betrachtung:

Es wird der Schwingkreis mit zeitlich veränderlicher Kapazität betrachtet:



Für die Ladung gilt:

$$Q(t) = C(t) \cdot U_C(t) \qquad (1)$$

Für die Stromstärke I folgt damit:

$$I(t) = \frac{dQ}{dt} = U_C \cdot \frac{dC}{dt} + C \cdot \frac{dU_C}{dt} \qquad (2)$$

Die Maschenregel ergibt:

$$L \cdot \frac{dI}{dt} + R \cdot I + U_C = U_r(t) \qquad (3)$$

Werden (1) und (2) in die Maschenregel eingesetzt, so erhält man Differentialgleichungen zweiter Ordnung mit zeitabhängigen Koeffizienten für die Ladung Q bzw. für die Spannung U_C. Für die rechnerische Behandlung sei auf die Fachliteratur verwiesen (R. Unbehauen: „Elektrische Netzwerke“, Springer Verlag; 3. Auflage 1987). Hier soll mit einer einfach handhabbaren Abschätzung für a) den kapazitiven Strom und b) die Spannung, die sich bei Änderung der Kapazitäten ergibt, gearbeitet werden. Die Grundlage dafür ist:

Aus $Q(t) = C(t) \cdot U_C(t)$ und $I(t) = \frac{dQ}{dt}$ ergibt sich $Q = \int I(t)\,dt = C \cdot U_C$, und damit

$$U_C = \frac{1}{C} \cdot \int I\,dt\,.$$

a) Eingangs-Ruhestrom:

Die Kapazität im Eingangskreis wird mit $C = 10$ pF geschätzt. Durch Gleichstrom- bzw. Wechselstrommessung (mit 10 kHz) wurden für die Spule festgestellt: $R_L = 68{,}7\ \Omega$, $L = 3{,}7$ mH. Bei

Netzfrequenz ist dann der induktive Blindwiderstand $X_L = \omega L = 1{,}16\,\Omega$ und der kapazitive Blindwiderstand ist $X_C = \frac{1}{\omega C} \approx 3{,}2 \cdot 10^8\,\Omega$. Für das Ruhesignal wird - wie oben bereits erwähnt - der Mittelwert der Ruhesignale bei Holz und Glas verwendet: $U_{max}(r) = (267{,}3 \pm 35{,}6)\,\mathrm{nV}$.
Aufgrund der Widerstandsverhältnisse: $X_L << R_L << X_C$, kann der Betrag des Eingangsstroms näherungsweise mit dem kapazitiven Blindwiderstand ermittelt werden:

$$\hat{I} \approx \omega C\, U_{max}(r) \approx 2\pi \cdot 50\,\frac{1}{\mathrm{s}} \cdot 10 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{F} \cdot (267{,}3 \pm 35{,}6) \cdot 10^{-9}\,\mathrm{V} = (8{,}397 \pm 1{,}118) \cdot 10^{-16}\,\mathrm{A}$$

b) Spannungsänderung bei C-Änderung:

- Die Amplitude der Spannungsschwankung wird mit dem Integral über den Ausgleichsstrom bestimmt: $U_{max} = \frac{1}{C} \cdot \int_0^{\Delta t} I\, dt$. Damit folgt bei C-Änderung: $\frac{dU_{max}}{dC} = \frac{-1}{C^2} \cdot \int_0^{\Delta t} I\, dt$.
- Mit dieser Beziehung wird abgeschätzt: $\Delta U \approx \frac{\Delta C}{C^2} \cdot \int_0^{\Delta t} I\, dt$.
- Das Integral wird mit dem Mittelwertsatz abgeschätzt: $\Delta U \approx \frac{\Delta C}{C^2} \cdot \bar{I}\, \Delta t$.

  Für den Mittelwert wird ein Prozentsatz p des Effektivwerts eines sinusförmigen Stroms mit der Amplitude $\hat{I}$ des Ruhestroms verwendet, und für das Zeitintervall die Periode T der Stabbewegung.
- Insgesamt ergibt sich damit: $\Delta U \approx \frac{\Delta C}{C^2} \cdot p \cdot \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}} \cdot T$.

Für die quantitive Auswertung wird nun angenommen, dass sich die Kapazität von $C = 10$ pF um $\Delta C = 1\,\mathrm{pF}$ verändert. Mit $p = 0{,}2$, $\hat{I} = (8{,}4 \pm 1{,}1) \cdot 10^{-16}\,\mathrm{A}$ und $T = 0{,}625$ s ergibt sich:

$$\Delta U \approx \frac{\Delta C}{C^2} \cdot p \cdot \frac{\hat{I}}{\sqrt{(2)}} \cdot T \approx \frac{1 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{F}}{(10 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{F})^2} \cdot 0{,}2 \cdot \frac{(8{,}4 \pm 1{,}1) \cdot 10^{-16}\,\mathrm{A}}{\sqrt{2}} \cdot 0{,}625\,\mathrm{s} \approx (820{,}0 \pm 109{,}2)\,\mathrm{nV}.$$

Dies entspricht dem bei Bewegung auftretenden (Nutz-)Grundsignal $U_{max} \approx (771{,}6 \pm 98{,}2)\,\mathrm{nV}$.
Folgende Annahme scheint also gerechtfertigt:

Das reine Bewegungs-Grundsignal bei Bewegung der nicht-metallischen Stäbe wird verursacht durch kapazitive Ausgleichsvorgänge im Eingangskreis, die ihre Ursache in der Veränderung der kapazitiven Verhältnisse im Eingangskreis bei Bewegung des Stabes haben.

Diese Annahme wird auch experimentell gestützt durch meine Messergebnisse, die in Teil A, Abschnitt 2.2 dargelegt sind. Bei den ersten Messungen - noch ohne Tiefpass - ergaben sich am Verstärkerausgang bei Bewegung des Holzstabes folgende Spannungen:

	$(U_{pp} \pm s)/\mathrm{mV}$	$(\hat{U} \pm s)/\mathrm{mV}$
$T = 0{,}5$ s	0,49 ± 1,25	0,25 ± 0,63
$T = 0{,}25$ s	0,46 ± 1,26	0,23 ± 0,63

Da der Verstärkungsfaktor $V_U = 1000$ betrug, haben am Verstärkereingang also Spannungen in der

Größenordnung von 0,25 µV = 250 nV vorgelegen, was in der Größenordnung der obigen Abschätzung liegt.

Die Messungen mit Tiefpass (Teil A, Abschnitt 3) ergeben ebenfalls Spannungen in der Größenordnung der Abschätzung:

	$(\Delta U \pm s)/\mathrm{mV}$	$(\hat{U} \pm s)/\mathrm{mV}$
$T = 0{,}5$ s	1,00 ± 0,36	0,5 ± 0,18

Am Verstärkereingang also: 0,50 µV = 500 nV.

Zu 2:

- Die metallischen Stäbe besitzen eine elektrische Leitfähigkeit. Sie können wie "Antennen" durch höherfrequente äußere Störungssignale zum Schwingen angeregt werden. Im Teil A, Abschnitt 2.1.1 ist ein Beispiel dazu untersucht worden (Betriebsfrequenz einer Arbeitsleuchte). Es bildet sich somit ein höherfrequentes elektromagnetisches Schwingungsfeld des Stabes aus.
- Bereits bei ruhendem metallischen Stab wird eine im Vergleich zu Holz oder Glas zusätzliche Störspannung in die Spule eingekoppelt, wie die Untersuchungen in Teil A, Abschnitt 2.1.1 nachgewiesen haben.
- Bei Bewegung der Stäbe wird dieses Schwingungsfeld des Stabes mit diesem in der Spule bewegt und induziert zusätzlich zu der in Punkt 1 analysierten Grundstörung bei Bewegung die eigentliche Bewegungsspannung.
- Die Stärke der bei Metallstäben zusätzlich auftretenden Störspannungen sollte von der Leitfähigkeit des Materials abhängen, da größere Leitfähigkeit zu stärkerem Schwingungsfeld führt.

Dieser Punkt lässt sich überprüfen. Dazu muss zunächst die Grundstörung bei Bewegung $U_{max} \approx (771{,}6 \pm 98{,}2)\,\mathrm{nV}$ von den Messwerten der metallischen Stäbe abgezogen werden: $\Delta U_{max}(x) = U_{max}(x) - U_{max}$.

Material	$\sigma / 10^6 \frac{\mathrm{S}}{\mathrm{m}}$	$U_{max}(x)/\mathrm{nV}$	$\Delta U_{max}(x) = U_{max}(x) - U_{max}$ / nV
Aluminium	36,6	947,5 ± 195,4	175,9 ± 218,7
Kupfer	58	1136,8 ± 324,9	365,2 ± 339,4
Edelstahl	1,4	2280,3 ± 537,1	1508,7 ± 546,0

Für das Verhältnis von Aluminium und Kupfer erhält man:

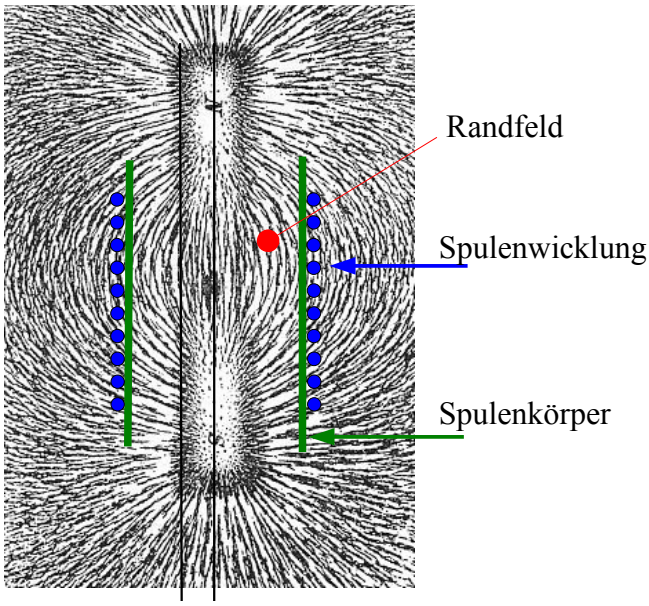
$$\frac{\Delta U_{max}(\mathrm{Al})}{\Delta U_{max}(\mathrm{Cu})} = 0{,}48 \pm 0{,}75 \ .$$

Das Verhältnis der Leitfähigkeiten ist: $\frac{\sigma_{Al}}{\sigma_{Cu}} = 0{,}63$.

Im Rahmen der Fehlergrenzen lassen sich die Quotienten als gleich ansehen. Das lässt vermuten:

Die bei Aluminium und Kupfer im Vergleich zu Holz zusätzlich auftretenden registrierten Mess-Spannungen bei Bewegung werden durch höherfrequente äußere Störsignale bedingt.

Wie auch ohne Rechnung sofort zu erkennen ist, lässt sich das Ergebnis bei Edelstahl nicht auf diese Weise erklären. Hier liegt ein anderer Effekt vor: Edelstahl hat ein schwaches μ_r, d.h. es kommt im Erdmagnetfeld zu einer schwachen Magnetisierung. Diese führt zu einem schwachen Magnetfeld um den Stab (Randfeld), das die Querschnittsfläche zwischen Stab und Spule durchsetzt. Die folgende schematische, nicht maßstäbliche Zeichnung soll dies verdeutlichen:



Bei Bewegung des Stabes kommt es dann zu ganz klassischer Induktion.

(Anmerkung: Im Anhang, Abschnitt 3.4 wird diese klassische Induktion dazu benutzt, die Geschwindigkeitsfunktion der Bewegung genauer zu untersuchen.)

Die Induktionsspannung ist nach dem Faraday'schen Induktionsgesetz:

$$U_E' = n \cdot \frac{d\Phi}{dt} = n \cdot \frac{dB}{dt} \cdot A \; .$$

Bei periodischer Stabbewegung $B(t) = B_{max} \cdot \sin(\omega t)$ ist $\frac{dB}{dt} = \omega B_{max} \cdot \cos(\omega t)$.

Die durchsetzte Fläche ist der Kreisring zwischen Stabrand und Spulenwicklung:

$$A = \pi \cdot \left(r_W^2 - r_S^2\right) = \pi \cdot \left(7^2 - 4^2\right) \mathrm{mm}^2 \; .$$

(Der Wicklungsradius r_W setzt sich zusammen aus 6 mm Innenradius und 1 mm Wanddicke des Spulenkörpers.) Mit der Windungszahl n = 850 ergibt sich schließlich der Maximalwert der induzierten Spannung:

$$U_E' = 850 \cdot \frac{2\pi}{0{,}625\,\mathrm{s}} \cdot B_{max} \cdot \pi \cdot \left(7^2 - 4^2\right) \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m}^2 \; .$$

Die Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes beträgt $20\,\mu\mathrm{T}$ und die Vertikalkomponente $45\,\mu\mathrm{T}$. Nimmt man im Vergleich dazu für das Randfeld des schwach magnetisierten Stabes $2\,\mu\mathrm{T}$ an, dann ergibt sich

$$U_E' = 850 \cdot \frac{2\pi}{0{,}625\,\mathrm{s}} \cdot 2 \cdot 10^{-6} \frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{m}^2} \cdot \pi \cdot \left(7^2 - 4^2\right) \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m}^2 = 1{,}8\,\mu\,\mathrm{V}\,.$$

Dies stimmt in guter Näherung mit dem aus der Mess-Spannung folgenden Wert (1,509 ± 0,546) µV überein. Somit bestätigt sich:

Die bei Edelstahl im Vergleich zu Holz zusätzlich auftretende registrierte Mess-Spannung bei Bewegung ist eine klassische Induktionsspannung, die durch den schwach magnetisierten Stab hervorgerufen wird.

Anhang

Hier soll ergänzend auf die weiteren Fehler von Dieter Grosch eingegangen werden, die er in Reaktion auf meine Kritik produziert hat.

1. Falsche Ableitung der Geschwindigkeit nach der Zeit

Zunächst versuchte er, einen ihm "passenden" Wert für die zweite Ableitung der Geschwindigkeit nach der Zeit wie folgt zu konstruieren: Ausgehend von einem sinusförmigen Zeitverlauf der Geschwindigkeit:

$$v(t)=v_{max}\cdot\sin(\omega t)\ ;\qquad \text{mit } x=\omega t:\quad v(x)=v_{max}\cdot\sin(x)$$

gab er für die Ableitungen an:

"Nun wird die 2.Ableitung nach der Formel sin (x) = sin(x+n*Pi/2) gebildet ".

Hier ist links vergessen worden, die Ableitung auch zu notieren. Es muss heißen:

$$\sin^{(n)}(x)=\frac{d^n\sin(x)}{d x^n}=\sin\left(x+n\cdot\frac{\pi}{2}\right)$$

Für $n = 2$ also:

$$\frac{d^2\sin(x)}{d x^2}=\sin\left(x+2\cdot\frac{\pi}{2}\right)=\sin(x+\pi)$$

Damit wäre dann

$$\frac{d^2 v(x)}{d x^2}=v_{max}\cdot\sin\left(x+2\cdot\frac{\pi}{2}\right)=v_{max}\cdot\sin(x+\pi)\quad(1)$$

So weit - so gut. Jetzt begeht Dieter Grosch den Fehler, diese zweite Ableitung nach x mit der zweiten Ableitung nach der Zeit t gleich zu setzen:

$$\frac{d^2 v}{d t^2}=\frac{d^2 v(x)}{d x^2}=v_{max}\cdot\sin\left(x+2\cdot\frac{\pi}{2}\right)=v_{max}\cdot\sin(x+\pi)$$

Dies ist schon von den Maßeinheiten her klar erkennbar falsch. Tatsächlich ist ja $x=\omega t$, also

$$t=\frac{1}{\omega}\cdot x\ ,$$

und daher:

$$\frac{d v}{d t}=\frac{d v}{\frac{1}{\omega}d x}=\omega\cdot\frac{d v}{d x}$$

$$\frac{d^2 v}{d t^2}=\frac{d}{d t}\left(\frac{d v}{d t}\right)=\frac{d}{\frac{1}{\omega}d x}\left(\omega\cdot\frac{d v}{d x}\right)=\omega^2\frac{d^2 v}{d x^2}$$

Mit Gleichung (1) folgt abschließend: $\frac{d^2 v}{d t^2}=v_{max}\cdot\omega^2\cdot\sin(\omega t+\pi)$

Dies wird extremal für $\omega t=x=\frac{\pi}{2};\ 3\frac{\pi}{2};\ \ldots$

Der Maximalwert der zweiten Ableitung nach der Zeit beträgt damit $\left(\frac{d^2 v}{d t^2}\right)_{max} = \omega^2 \cdot v_{max}$.

(Anzumerken ist: Dieses Ergebnis erhält man natürlich sofort aus $v(t) = v_{max} \cdot \sin(\omega t)$ und zweimaligem Ableiten unter Berücksichtigung der Kettenregel. Diese ist Dieter Grosch aber offensichtlich nicht bekannt. Durch Nachfragen in de.sci.mathematik, wo er auch keine andere Auskunft erhielt, muste er schließlich doch einsehen, wie die Ableitungen korrekt zu bilden sind.)

Berücksichtigt man nun, dass die periodische Stabbewegung mit $y(t) = y_{max} \cdot \sin(\omega t)$ beschrieben werden kann, ergibt sich für die Geschwindigkeit $v(t) = \omega \cdot y_{max} \cdot \cos(\omega t) = v_{max} \cdot \cos(\omega t)$.

Die Geschwindigkeitsamplitude ist also $v_{max} = \omega \cdot y_{max}$. Damit folgt für den Maximalwert der zweiten Ableitung der Geschwindigkeit nach der Zeit wie schon in Teil D, Abschnitt 1 gezeigt:

$$\left(\frac{d^2 v}{d t^2}\right)_{max} = \omega^2 \cdot v_{max} = \omega^2 \cdot \omega \cdot y_{max} = \omega^3 \cdot y_{max} .$$

2. Falsche Beurteilung des Hochpasses

Nachdem Dieter Grosch den (unnötigen) Hochpass geändert hatte, um das hypothetische Mess-Signal weniger zu schwächen als es in seinem Originalaufbau der Fall war, und neue Messungen durchgeführt hatte (siehe Teil D, Abschnitt 1.2), versuchte er, den Einfluss des Hochpasses auch theoretisch zu untersuchen:

> "Außerdem wurde der Übertragungsfaktor des Hochpasses für die angegebene Frequenz für die Arbeitswiderstände 150 Ohm und 9,1 kOhm berechnet nach der im (compact Handbuch „Technische Formeln“ S.226) angegebenen Formel **g = R/(R+(2*Pi*f*C)^-1)** "

1. Tatsächlich wird hier die *komplexe Übertragungsfunktion*

$$g(\omega) = \frac{\underline{U_2}}{\underline{U_1}} = \frac{R}{R + (j\omega C)^{-1}} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC}$$

angegeben. Hier hat Dieter Grosch die imaginäre Einheit *j* einfach ignoriert. Die korrekte Auswertung der komplexen Übertragungsfunktion im vorliegenden Fall ergibt:

$f = 1{,}6\,\text{Hz};\ R = 155\,\Omega;\ C = 16\,\mu\text{F}:$	$f = 1{,}6\,\text{Hz};\ R = 9{,}1\,\text{k}\Omega;\ C = 16\,\mu\text{F}:$
$\underline{U_2}/\underline{U_1} = 6{,}212 \cdot 10^{-4} + j\,2{,}49 \cdot 10^{-2}$	$\underline{U_2}/\underline{U_1} = 0{,}6818 + j\,0{,}4658$

Weiter ist von der komplexen Übertragungsfunktion der Betrag zu bilden, wenn - wie im vorliegenden Zusammenhang - die gemessenen Beträge von Eingangsspannung und Ausgangsspannung des Hochpasses verglichen werden sollen:

$$|g(\omega)|^2 = g(\omega) \cdot \overline{g}(\omega) = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC} \cdot \frac{-j\omega RC}{1 - j\omega RC} = \frac{\omega RC}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} = \frac{(\omega RC)^2}{1 + (\omega RC)^2} = (k(f))^2 .$$

Dabei ist $k(f) = \left|\frac{U_2}{U_1}\right| = \frac{\omega RC}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$ der frequenzabhängige Dämpfungsfaktor.

Für die beiden Hochpässe ergibt sich:

$f = 1{,}6\,\text{Hz};\ R = 155\,\Omega;\ C = 16\,\mu\text{F}:$	$f = 1{,}6\,\text{Hz};\ R = 9{,}1\,\text{k}\Omega;\ C = 16\,\mu\text{F}:$
$\lvert \underline{U}_2 / \underline{U}_1 \rvert = 0{,}0249 = k(1{,}6\,\text{Hz})$	$\lvert \underline{U}_2 / \underline{U}_1 \rvert = 0{,}8257 = k(1{,}6\,\text{Hz})$

2. Zur *experimentellen Überprüfung* wurden zwei Hochpässe gebaut, die den von Dieter Grosch verwendeten Hochpässen entsprechen. Wie schon in Teil A, Abschnitt 3.1 beim Test des Tiefpasses beschrieben, wurde ein Funktionsgenerator (Wellenform: Sinus) verwendet, dessen Ausgangssignal auf einen Spannungsteiler $(R_1 = 10\,\text{k}\Omega,\ R_2 = 100\,\Omega)$ gegeben wurde. Die an R_2 auftretende Spannung von etwa 4,3 mV wurde auf den Eingang des Verstärkers gegeben. Von der Ausgangsspannung U_A des Verstärkers und der Spannung $U_{mess} = U_R$ am Widerstand wurden dann oszillographisch die Amplituden gemessen.

Hochpass 1: $R = 147\,\Omega$, $C = 22\,\mu\text{F}$

f / Hz	$\boldsymbol{k(f)}$	U_A / V	U_R / V	$\boldsymbol{U_R / U_A}$
1	**0,0203**	4,36	0,087	**0,0200**
2	**0,0406**	4,36	0,173	**0,0397**
4	**0,0810**	4,36	0,347	**0,0796**
10	**0,1991**	4,36	0,853	**0,1956**
20	**0,3764**	4,36	1,620	**0,3716**
50	**0,7127**	4,36	3,050	**0,6995**

Hochpass 2: $R = 10\,\text{k}\Omega$, $C = 22\,\mu\text{F}$

f / Hz	$\boldsymbol{k(f)}$	U_A / V	U_R / V	$\boldsymbol{U_R / U_A}$
1	**0,8102**	4,36	3,54	**0,8119**
2	**0,9404**	4,36	4,22	**0,9679**
4	**0,9840**	4,36	4,35	**0,9977**
10	**0,9974**	4,36	4,36	**1,0000**

Die durch Messung ermittelten Quotienten U_R/U_A stimmen bei beiden Hochpässen gut mit den theoretischen Werten von $k(f)$ überein. Für die von Dieter Grosch verwendeten Hochpässe gilt demnach:

alt: $R=155\Omega$, $C=16\mu F$		neu: $R=9{,}1\,\mathrm{k}\Omega$, $C=16\mu F$	
f / Hz	$k(f)$	f / Hz	$k(f)$
1,6	0,025	1,6	0,830
50	0,615	2	0,877
100	0,842	3	0,940
200	0,952	4	0,965

3. Durch Anwenden der (falschen) Beziehung für die Überragungsfunktion kam Dieter Grosch auf folgendes:

"g = R/(R+(2*Pi*f*C)^-1)

Das sind für 150 Ohm = 0,026 = 1/38 und für 9,1 kOhm = 0,6 = 1/1,6,
was einem Verhältnis von 23 entspricht."

Soll bedeuten:

- für den alten Hochpass (R = 155 Ω (nicht 150) , C = 16 μF) ist g_{alt}(1,6 Hz) = 0,0243
- für den neuen Hochpass (R = 9,1 kΩ, C = 16 μF) ist g_{neu}(1,6 Hz) = 0,594
- das Verhältnis ist $\frac{g_{neu}(1{,}6\,\mathrm{Hz})}{g_{alt}(1{,}6\,\mathrm{Hz})}=24{,}4$

4. Dieses Verhältnis will Dieter Grosch nun in Verbindung mit den Messwerten bringen, und stellt zunächst einmal fest:

"Es zeigt sich, dass die Messwerte sich nur verdoppeln, "

Dies lässt sich überprüfen.

a) Aus den von Dieter Grosch angegebenen Messwerten (alte Messreihe: siehe S.28, neue Messreihe: siehe S.49) werden die Spannungshübe für das *Ruhesignal* (Signal bei in der Spule ruhendem Stab) $U_{pp}(r)=U_{max}(r)-U_{min}(r)$ und für das *Bewegungssignal* (Signal bei in der Spule bewegtem Stab) berechnet: $U_{pp}(b)=U_{max}(b)-U_{min}(b)$.

	"alt"		"neu"		Quotient "neu"/"alt"	
	U_{pp}(r) / μV	+- σ / μV	U_{pp}(r) / μV	+- σ / μV		+-
Holz	58,3	13,53	135,7	20,2	2,33	0,64
Alu	75,2	20,56	126,5	18,5	1,68	0,52
Kupfer	99,9	19,48	131,6	17,9	1,32	0,31
Edelstahl	84,1	24,8	144,2	16,1	1,71	0,54
					1,76	0,5
	U_{pp}(b) / μV	+- σ / μV	U_{pp}(b) / μV	+- σ / μV		+-
Holz	264,1	32,7	408,9	56,3	1,55	0,29
Alu	304,6	83,49	498,2	79,6	1,64	0,52
Kupfer	333,9	33,06	581,0	134,0	1,74	0,44
Edelstahl	373,5	54,2	1066,0	222,5	2,85	0,73
					1,94	0,49

"Verdopplung der Messwerte" ist keine zutreffende Beschreibung...

b) Weiter wird das *Nutzsignal*, das mit der Stabbewegung verknüpft ist, aus der Differenz von Bewegungssignal und Ruhesignal berechnet: $\Delta U = U_{pp}(b) - U_{pp}(r)$.

Stab (8 mm)	alt: $\Delta U_{alt}/\mu\,\mathrm{V}$	neu: $\Delta U_{neu}/\mu\,\mathrm{V}$	$\Delta U_{neu}/\Delta U_{alt}$
Holz	205,8 ± 32,7	273,2 ± 59,8	1,33 ± 0,37
Alu	229,4 ± 86,1	371,7 ± 81,7	1,62 ± 0,70
Kupfer	234,0 ± 38,4	449,4 ± 135,2	1,92 ± 0,66
Edelstahl	289,4 ± 59,6	921,8 ± 223,1	3,19 ± 1,01

Auch hier kann nicht pauschal von "Verdopplung" gesprochen werden.

5. Zur Beurteilung dieser Messwerteverhältnisse stellt Dieter Grosch fest:

"Es zeigt sich, dass die Messwerte sich nur verdoppeln, was bedeutet,
dass das RC-Glied keinen wesentlichen Einfluss besitzt."

Anders gesagt: Er vergleicht das Verhältnis der Dämpfungsfaktoren $\frac{k_{neu}(1{,}6\,\mathrm{Hz})}{k_{alt}(1{,}6\,\mathrm{Hz})} = \frac{0{,}8257}{0{,}0249} = 33{,}2$

mit dem Verhältnis der Messwerte $\frac{U_{neu}}{U_{alt}} \approx 2$, und schließt daraus, dass die Dämpfung "keinen wesentlichen Einfluss" hat. Das ist ein großer Fehler, denn das Bewegungssignal $U(b)$ ist kein reines 1,6 Hz-Signal. Das Bewegungssignal entsteht ja aus der Addition von Ruhesignal und Nutzsignal (das der direkten Messung nicht zugänglich ist):

$$U(b) = U(r) + U(1{,}6\,\mathrm{Hz}) .$$

Es ist also völlig unsinnig, die Quotienten $\frac{U_{neu}}{U_{alt}} \approx 2$ und $\frac{k_{neu}(1{,}6\,\mathrm{Hz})}{k_{alt}(1{,}6\,\mathrm{Hz})} = \frac{0{,}8257}{0{,}0249} = 33{,}2$ miteinander zu vergleichen. Der Schluss, "dass das RC-Glied keinen wesentlichen Einfluss besitzt", ist also ein klarer Fehlschluss.

6. In der Weiterentwicklung seines Fehlers stellt Dieter Grosch weiter fest, dass die Messwerteverhältnisse bei neuem und altem Hochpass bei Ruhesignalen und Bewegungssignalen etwa gleich sind: Genauer ist nach der Tabelle in Punkt 4 der Mittelwert:

$$\frac{U_{neu}(r)}{U_{alt}(r)} = 1{,}76 \pm 0{,}5 \quad ; \quad \frac{U_{neu}(b)}{U_{alt}(b)} = 1{,}94 \pm 0{,}49 .$$

Hieraus will er nun schließen, dass das 1,6 Hz-Signal genauso gedämpft wird, wie das (netz- und höherfrequente) Ruhesignal. Auch dieser Trugschluss beruht auf seinem Fehler, das Bewegungssignal als 1,6 Hz-Signal zu betrachten. Wie schon oben erwähnt: Das Bewegungssignal ist die Summe aus Ruhesignal und Nutzsignal $U(b) = U(r) + U(1{,}6\,\mathrm{Hz})$. Daher ist es nicht verwunderlich, dass die Dämpfung der Ruhesignale und der Bewegungssignale vergleichbar ist, und sich so Ähnlichkeiten in den Quotienten "neu/alt" ergeben.

7. Es soll nun genauer analysiert werden, wie die beobachteten Spannungsverhältnisse entstehen.

- Am Verstärkereingang liegen (vereinfacht) zwei Spannungen vor:
  $U_E = U(50\,\text{Hz}) + U(1{,}7\,\text{Hz})$.
  (Es werden jetzt 1,7 Hz verwendet, da Dieter Grosch aus unerfindlichen Gründen plötzlich auf dieser Frequenz bestand.)
- Diese Spannungssumme wird von der linearen Verstärkerschaltung genau so verstärkt, und am Ausgang des Verstärkers erhält man:
  $U_A = V_U \cdot U_E = V_U \cdot \left(U(50\,\text{Hz}) + U(1{,}7\,\text{Hz})\right) = V_U \cdot U(50\,\text{Hz}) + V_U \cdot U(1{,}7\,\text{Hz})$.
- Diese Summe wird vom Hochpass gedämpft, so dass sich für die Ausgangsspannung am Widerstand des Hochpasses ergibt:
  $U_R = k(50\,\text{Hz}) \cdot V_U \cdot U(50\,\text{Hz}) + k(1{,}7\,\text{Hz}) \cdot V_U \cdot U(1{,}7\,\text{Hz})$
  Dieses Bewegungssignal ist das, was gemessen wird.
- Für das Verhältnis der Messwerte mit neuem Hochpass und altem Hochpass gilt demnach:
  $$\frac{U_{neu}(b)}{U_{alt}(b)} = \frac{V_{U,neu} \cdot \left(k_{neu}(1{,}7\,\text{Hz}) \cdot U_{neu}(1{,}7\,\text{Hz}) + k_{neu}(50\,\text{Hz}) \cdot U_{neu}(50\,\text{Hz})\right)}{V_{U,alt} \cdot \left(k_{alt}(1{,}7\,\text{Hz}) \cdot U_{alt}(1{,}7\,\text{Hz}) + k_{alt}(50\,\text{Hz}) \cdot U_{alt}(50\,\text{Hz})\right)}$$
- Das für die Rechnung benötigte 1,7 Hz-Signal kann nicht direkt gemessen werden, sondern muss aus den Messwerten von Ruhe- und Bewegungssignal erschlossen werden:
  $U(1{,}7\,\text{Hz}) = U(b) - U(50\,\text{Hz})$
- Zur Berechnung des Verhältnisses werden die aus den Daten von Dieter Grosch bestimmten Spannungshübe verwendet (siehe Seite 28 bzw. 49).
  Dämpfungsfaktoren: $k_{neu}(1{,}7\,\text{Hz}) = 0{,}8411$; $k_{neu}(50\,\text{Hz}) = 0{,}9998$;
  $k_{alt}(1{,}7\,\text{Hz}) = 0{,}02648$; $k_{alt}(50\,\text{Hz}) = 0{,}6146$
  Verstärkungen: $V_{U,neu} = 250$; $V_{U,alt} = 1000$

Material	$\frac{U_{neu}(b)}{U_{alt}(b)}$ (aus Messwerten)	$\frac{U_{neu}(b)}{U_{alt}(b)}$ (berechnet)
Holz	1,548 +- 0,287	2,213
Aluminium	1,636 +- 0,519	2,099
Kupfer	1,740 +- 0,437	1,885
Edelstahl	2,854 +- 0,597	3,873

Die korrekte Analyse unter Einbeziehung aller relevanten Einflussgrößen liefert also ein Verhältnis, das mit dem Verhältnis der Messwerte übereinstimmt.

8. Auf seiner Homepage versucht Dieter Grosch noch einen weiteren sinnlosen Einwand:

"Das RC-Glied [hat] keinen wesentlichen Einfluss. Das ist auch klar, denn dieser funktioniert bei omega << omega_ g also Grundfrequenz als Differenzierglied nach der Formel U_2 = R*C*(dU_1/dt) was somit das Ergebnis erklärt."

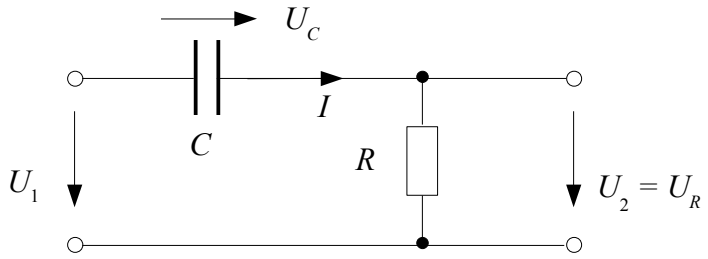
Das ist schlicht und ergreifend falsch:

- Die Bedingung $\omega \ll \omega_g$ ist gar nicht erfüllt, denn es ist $\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 1{,}6\,\mathrm{Hz} = 10{,}05\,\mathrm{s}^{-1}$, aber $\omega_g = \frac{1}{RC} = \frac{1}{9{,}1 \cdot 10^3\,\Omega \cdot 16 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{F}} = 6{,}87\,\mathrm{s}^{-1}$. Also ist tatsächlich $\omega > \omega_g$.
- Folgende Überlegung zeigt ebenfalls, dass hier $U_2 = RC \cdot dU_1/dt$ nicht zutrifft:
  - Bei sinusförmiger Eingangsspannung $U_1(t) = U_{1,max} \cdot \sin(\omega t)$ wäre dann $RC \cdot \frac{dU_1}{dt} = RC\omega \cdot U_{1,max} \cdot \cos(\omega t)$.
  - Nach Voraussetzung soll dies gleich U_2 sein: $U_2(t) = RC\omega \cdot U_{1,max} \cdot \cos(\omega t)$.
    $= U_{2,max} \cdot \cos(\omega t)$
  - Der Vergleich der Amplituden ergibt dann $\frac{U_{2,max}}{U_{1,max}} = \omega RC$.
  - Dies entspricht nicht der Übertragungsfunktion des RC-Hochpasses $\frac{U_2}{U_1} = k(f) = \frac{\omega RC}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$, die gerade auch experimentell bestätigt wurde.

Also: Im vorliegenden Fall wirkt der Hochpass nicht in dem zitierten Sinn als Differenzierglied.

9. Vertiefte theoretische Untersuchung:

9.1 Allgemein gelten die Zusammenhänge zwischen den Spannungen und dem Strom, die man aus der Schaltung entnehmen kann:



Die Maschenregel liefert sofort: $U_1 = U_C + U_2$.

Die Spannung am Kondensator ist mit dem Strom verknüpft:

$$U_C = \frac{1}{C} \cdot Q = \frac{1}{C} \cdot \int I\,dt.$$

Einsetzen in die Maschensumme: $U_1 = \frac{1}{C} \cdot \int I\,dt + U_2$

Ableitung nach der Zeit ergibt die Differentialgleichung

$$\frac{dU_1}{dt} = \frac{1}{C} \cdot I + \frac{dU_2}{dt}$$

Wird schließlich noch berücksichtigt, dass $I = \frac{U_2}{R}$ ist, folgt $\frac{dU_1}{dt} = \frac{1}{RC} \cdot U_2 + \frac{dU_2}{dt}$

und damit:

$$RC \cdot \frac{dU_1}{dt} = U_2 + RC \cdot \frac{dU_2}{dt} .$$

Diese Differentialgleichung für U_2 *gilt unabhängig vom zeitlichen Verlauf der Eingangsspannung* $U_1(t)$ *und unabhängig von der Frequenz*. Somit wird klar: Die von Dieter Grosch angegebene Beziehung kann nicht allgemeingültig sein.

9.2. Die Lösung der Differentialgleichung für U_2 :

$$\frac{dU_2}{dt} + \frac{1}{RC} \cdot U_2 = \frac{dU_1}{dt}$$

setzt sich - wie immer bei inhomogenen Differentialgleichungen erster Ordnung - aus einer Lösung der homogenen Gleichung und einer partikulären Lösung der inhomogenen Gleichung zusammen. Für die homogene Gleichung

$$\frac{dU_2}{dt} + \frac{1}{RC} \cdot U_2 = 0$$

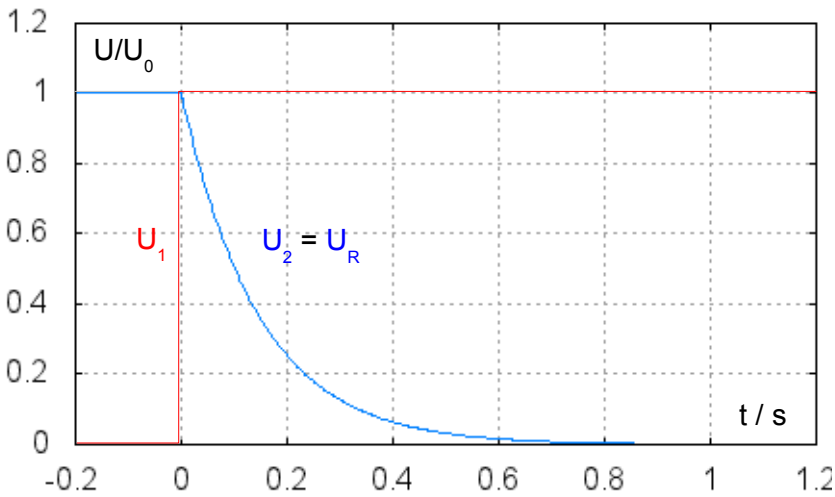
erhält man nach Trennen der Variablen die Lösung

$$U_{2,h}(t) = K \cdot e^{-t/RC} .$$

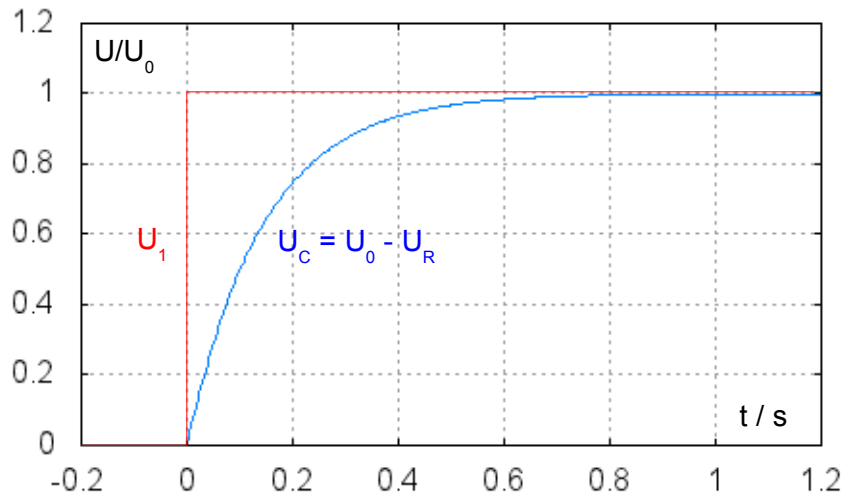
Für die Lösung der inhomogenen Gleichung muss der Spannungsverlauf $U_1(t)$ explizit bekannt sein. Hier sollen zwei Verläufe genauer betrachtet werden.

Fall 1: **Einschalten einer Gleichspannung zum Zeitpunkt t = 0:** $U_1(t) = \begin{cases} 0 & ; t < 0 \\ U_0 ; & t \geq 0 \end{cases}$

Für $t > 0$ ist die rechte Seite der Differentialgleichung $dU_1/dt = 0$, so dass als Ansatz für eine partikuläre Lösung vom Typ der rechten Seite nur $U_{2,p}(t) = 0$ möglich ist. Das bedeutet, die vollständige Lösung ist schon durch die Lösung der homogenen Gleichung $U_2(t) = K \cdot e^{-t/RC}$ gegeben. Die Integrationskonstante K ergibt sich aus dem Anfangswert der Spannung zum Zeitpunkt 0: $U_2(0) = U_0$. Zusammengefasst:

$U_2(t) = U_0 \cdot e^{-t/RC}$	

Spannungsverlauf am Kondensator: Nach der Maschenregel ist $U_C = U_1 - U_R = U_0 - U_2$

$\boldsymbol{U_C(t) = U_0 - U_2(t)}$ $\boldsymbol{= U_0 \cdot \left(1 - e^{-t/RC}\right)}$	

Wenn die Zeitdauer T, während der die konstante Spannung U_0 ansteht, sehr viel größer als die Zeitkonstante RC ist, kann $U_2(t)$ näherungsweise näherungsweise durch die Gleichung

$U_2 = RC \cdot \frac{dU_1}{dt}$ beschrieben werden.

Bei der Stabbewegung in der Spule liegt nun aber *keine Sprungfunktion in der Eingangsspannung* vor, sondern der folgende Fall:

***Fall 2:* Einschalten einer harmonischen Wechselspannung zum Zeitpunkt $t = 0$,** z.B.:

$$U_1(t) = \begin{cases} 0 & ;\ t < 0 \\ U_{max} \cdot \sin(\omega t) & ;\ t \geq 0 \end{cases}$$

Die Differentialgleichung für U_2 lautet hier also:

$$\frac{dU_2}{dt} + \frac{1}{RC} \cdot U_2 = \omega \cdot U_{max} \cdot \cos(\omega t)\ .$$

Die homogene Gleichung hat natürlich wieder die Lösung

$$U_{2,h}(t) = K \cdot e^{-t/RC}\ .$$

Als Ansatz für eine partikuläre Lösung vom Typ der rechten Seite wird nun gewählt

$$U_2(t) = A \cdot \sin(\omega t) + B \cdot \cos(\omega t)\ .$$

Eingesetzt in die vollständige Differentialgleichung ergibt sich

$$\omega A \cdot \cos(\omega t) - \omega B \cdot \sin(\omega t) + \frac{1}{RC} \cdot A \cdot \sin(\omega t) + \frac{1}{RC} \cdot B \cdot \cos(\omega t) = \omega \cdot U_{max} \cdot \cos(\omega t)\ .$$

Der Koeffizientenvergleich führt auf:

$$\begin{aligned} \omega A + \frac{1}{RC} \cdot B &= \omega \cdot U_{max} \\ -\omega B + \frac{1}{RC} \cdot A &= 0 \end{aligned}\ .$$

Aufgelöst nach A und B erhält man:

$$A=\frac{(\omega RC)^2}{1+(\omega RC)^2}\cdot U_{max} \quad ; \quad B=\frac{\omega RC}{1+(\omega RC)^2}\cdot U_{max} .$$

Die vollständige Lösung ist somit

$$U_2(t)=K\cdot e^{-t/RC}+\frac{\omega RC}{1+(\omega RC)^2}\cdot U_{max}\cdot\left[\omega RC\cdot\sin(\omega t)+\cos(\omega t)\right] .$$

Die Summe der Winkelfunktionen in der Klammer lässt sich zusammenfassen zu

$$\omega RC\cdot\sin(\omega t)+\cos(\omega t)=\sqrt{1+(\omega RC)^2}\cdot\cos(\omega t+\varphi) \quad , \text{ mit } \varphi=\arctan(\omega RC) .$$

Damit ergibt sich

$$U_2(t)=K\cdot e^{-t/RC}+\frac{\omega RC}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}}\cdot U_{max}\cdot\cos(\omega t+\varphi) .$$

Hier sind zwei Sachverhalte zu bemerken:

(1) Der erste Anteil ist schnell flüchtig: Nach $t = 5\ RC$ ist die Lösung der homogenen Gleichung praktisch Null. Der stationäre Anteil von U_2 wird also von der partikulären Lösung geprägt:

$$U_2(t)=\frac{\omega RC}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}}\cdot U_{max}\cdot\cos(\omega t+\varphi)$$

Da die Eingangsspannung durch $U_1(t)=U_{max}\cdot\sin(\omega t)$ gegeben ist, folgt unmittelbar, dass $U_2(t)$ *nicht* die zeitliche Ableitung von $U_1(t)$ ist und auch nicht durch die Gleichung aus Fall 1 beschrieben werden kann:

$$\boldsymbol{U_2(t)\neq RC\cdot\frac{dU_1}{dt}}$$

Der Hochpass wirkt hier also nicht als "Differenzierglied".

(2) Die Amplitude des stationären Anteils ist

$$\hat{U}_2=\frac{\omega RC}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}}\cdot U_{max} .$$

Da U_{max} die Amplitude von U_1 ist, ergibt sich für den Dämpfungsfaktor (die Übertragungsfunktion) des RC-Gliedes:

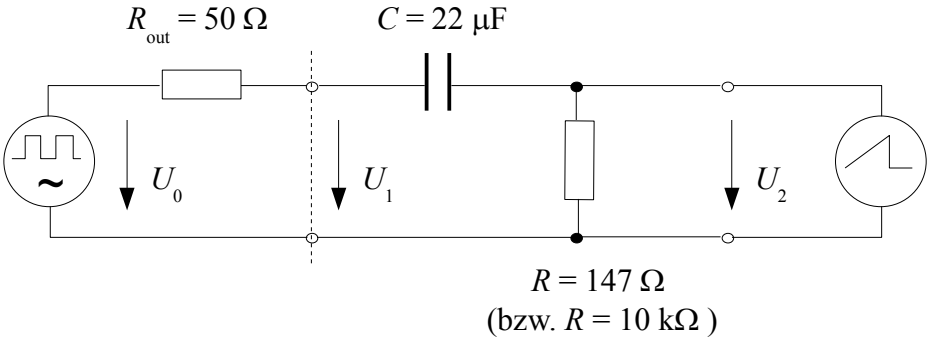
$$k(f)=\frac{\hat{U}_2}{\hat{U}_1}=\frac{\omega RC}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}} .$$

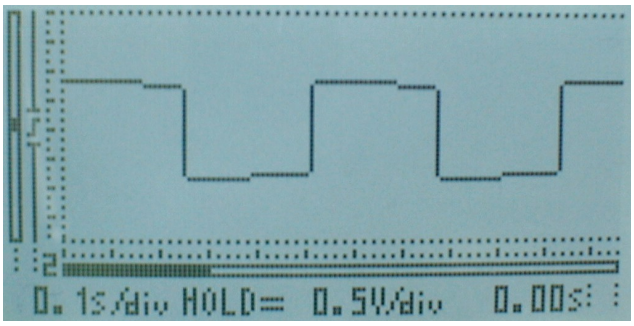
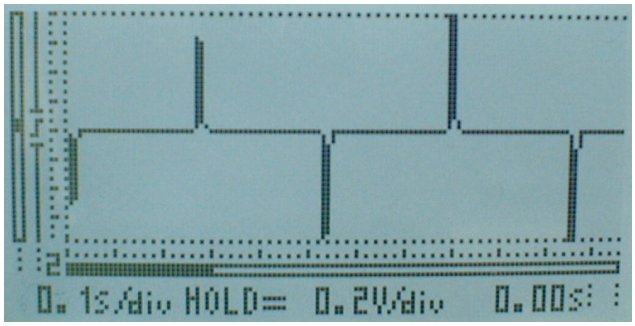
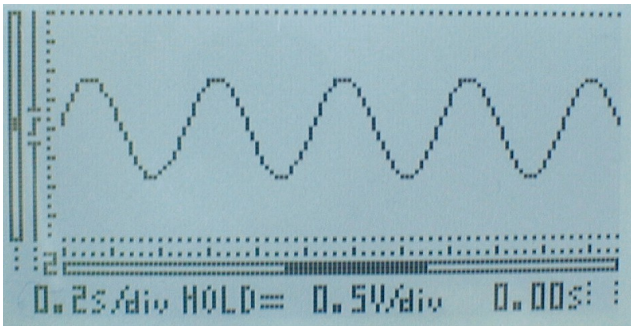
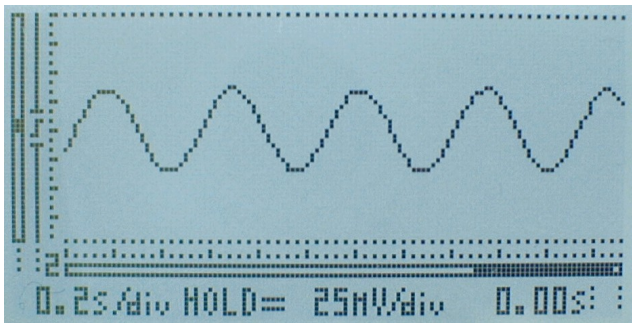
Ausgangsspannung der verwendeten Hochpässe bei rechteckförmiger bzw. sinusförmiger Eingangsspannung

verwendeter Aufbau:

Funktionsgenerator - Hochpass - Oszilloskop

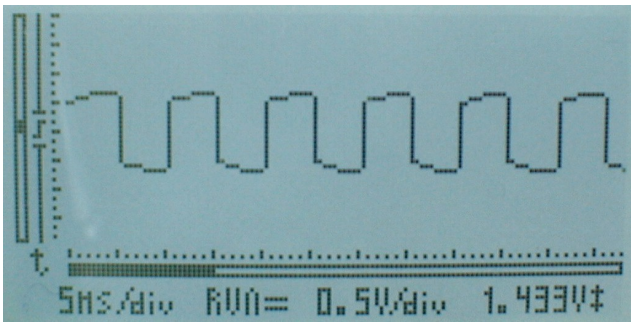
R_{out} : Ausgangswiderstand des Funktionsgenerators

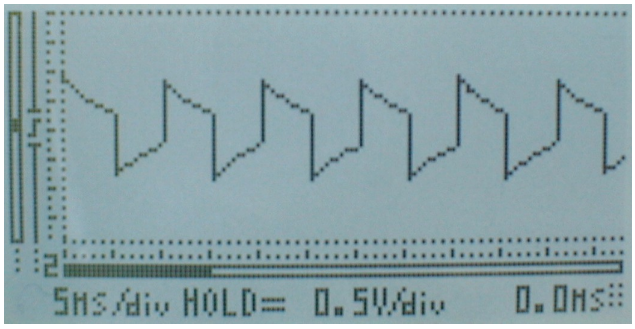


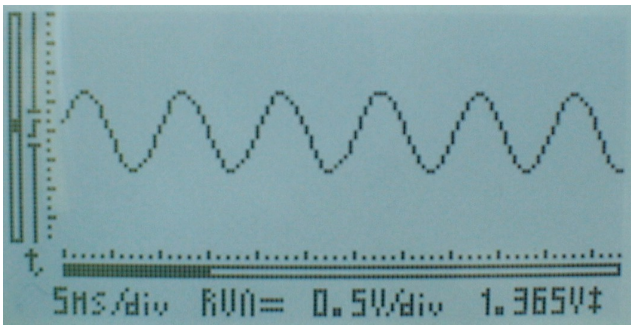
$R = 147\,\Omega$; $C = 22\,\mu\text{F}$; Zeitkonstante: $\tau = RC = 3{,}23 \cdot 10^{-3}\,\text{s}$	
$f = 2\,\text{Hz}$; $T = 0{,}5\,\text{s} = 154{,}6\,\tau$ Dämpfungsfaktor: k(2 Hz) = 0,0406	
Eingangsspannung U_1	Ausgangsspannung U_2
	
	
$U_{pp,1}$ = 1,757 V	$U_{pp,2}$ = 72 mV = k(2 Hz)*$U_{pp,1}$

$f = 100\,\text{Hz}$; $T = 0{,}01\,\text{s} = 3{,}09\,\tau$

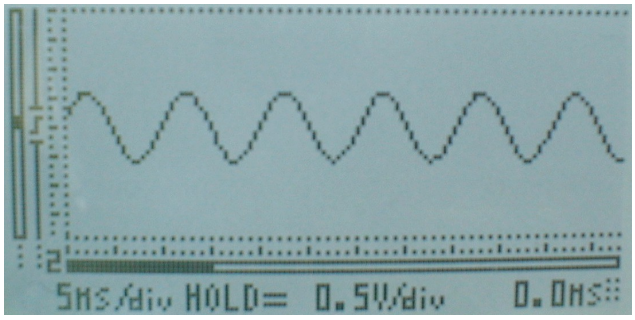
Dämpfungsfaktor: k(100 Kz) = 0,897







$U_{pp,1}$ = 1,365V

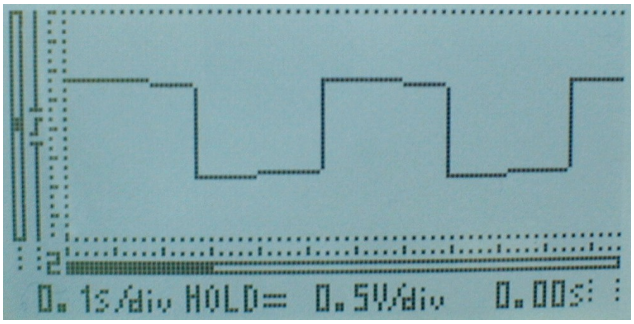
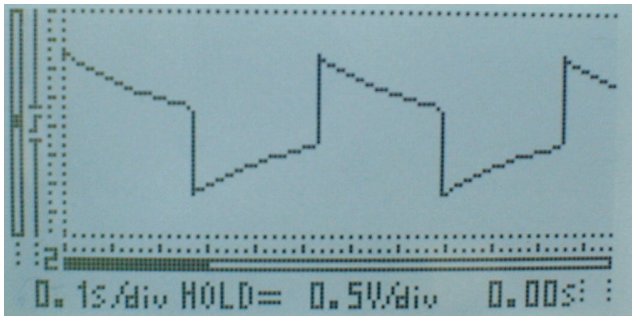


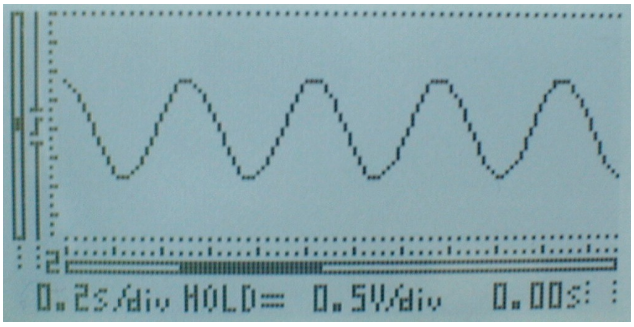
$U_{pp,2}$ = 1,194 V = k(100 Hz)*$U_{pp,1}$

$R = 10\,\text{k}\,\Omega$; $C = 22\,\mu\text{F}$; Zeitkonstante: $\tau = RC = 0{,}22\,\text{s}$

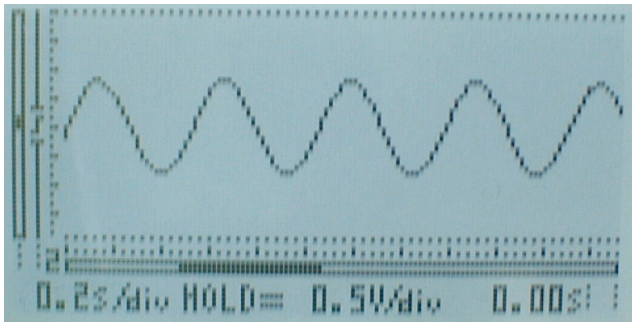
$f = 2\,\text{Hz}$; $T = 0{,}5\,\text{s} = 2{,}27\,\tau$

Dämpfungsfaktor: k(2 Hz) = 0,943

Eingangsspannung U_1	Ausgangsspannung U_2
	



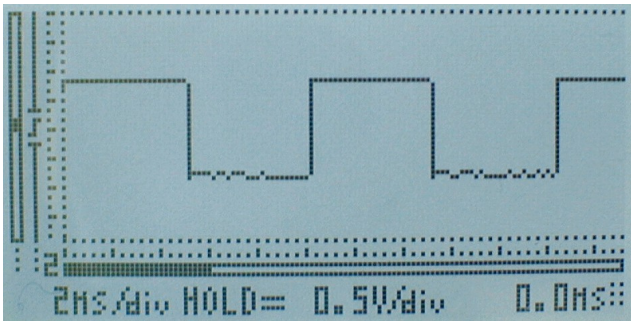
$U_{pp,1}$ = 1,757 V

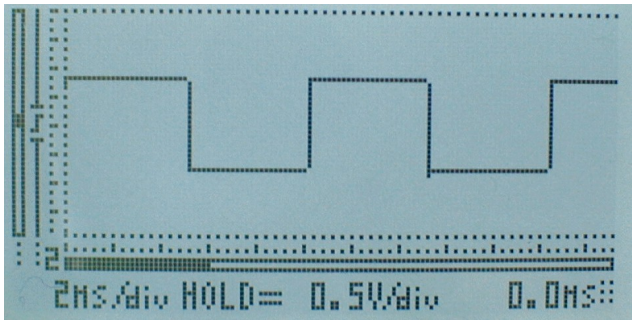


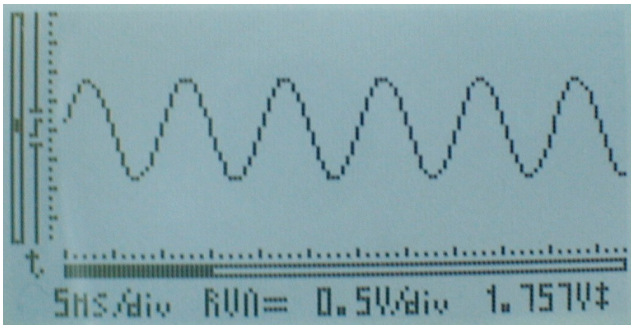
$U_{pp,2}$ = 1,638V = k(2 Hz)*$U_{pp,1}$

$f = 100\ \text{Hz}$; $T = 0{,}01\ \text{s} = 0{,}045\tau$

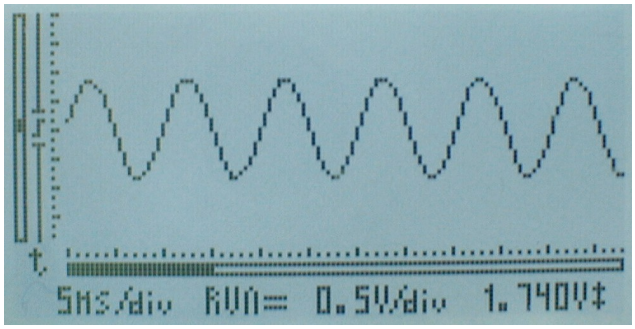
Dämpfungsfaktor: k(100 Hz) ~ 0,9999







$U_{pp,1}$ = 1,757 V



$U_{pp,2}$ = 1,740V = k(100 Hz)*$U_{pp,1}$

3. Modellierung der Geschwindigkeits-Funktion v(t)

3.1 Eine unsinnige Bastelei und eine weitere experimentelle Widerlegung der "Theorie"

Auch auf seine Nachfragen in de.sci.mathematik bezüglich der Ableitungen von $v(t) = v_{max} \cdot \sin(\omega t)$ erhielt Dieter Grosch natürlich keine anderen Angaben als die, die hier in Teil C, Abschnitt 3.1 schon aufgeführt sind. Er musste also einsehen (Homepage DG):

> "In der U_ind - Formel benötigt man [...] die 2. Ableitung v'' davon, also d^2v/dt^2, [...]
> für eine sin-Funktion ergibt sich für v'': v'' = (y/2)*(2*Pi*f)^3 = 25,3 m/s^3"

Allerdings führt das dazu, dass die damit berechneten Spannungswerte nicht in Übereinstimmung mit den Messwerten stehen - siehe Teil D, Abschnitte 1.1 und 1.2. Daher sollte es jetzt mit einer "e-Funktion" versucht werden:

"oder man benutzt die e-Funktion, dann ergibt sich für v" (*nach Dieter Heidorn S.41*)
v "= y*(4*f)^3 = 13,1 m/s^3 "

Angemerkt sei, dass dies nicht meinen Ausführungen in Teil C, Abschnitt 3.2.2 entspricht, sondern eine Grosch-typische Bastelei darstellt. Dieser Bastelwert für den Maximalwert von d^2v/dt^2 ist nun in der "U-Formel" zu verwenden, um die der Theorie nach zu erwartenden Spannungswerte zu berechnen:

$$U_{theor} = 52{,}9 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{V} \cdot \sqrt{\frac{\rho}{\mathrm{g/cm^3}} \cdot \varepsilon_r} \cdot \left(\frac{d^2 v}{d t^2} / \mathrm{m/s^3} \right)_{max} \cdot V_U \cdot k(f)$$

(V_U : der Verstärkungsfaktor; $k(f)$: der Dämpfungsfaktor des Hochpasses bei der Frequenz f, mit der die Stäbe bewegt wurden.)

1. Alter Hochpass mit R = 155 Ω und C = 16 µF (wie er im Originalversuch verwendet wurde): $V_U = 1000$, $k(1{,}6\,\mathrm{Hz}) = 1/40$. In diesem Aufbau gilt also für die theoretischen Maximal-Werte der Spannung

$$U_{theor} = 52{,}9 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{V} \cdot \sqrt{\frac{\rho}{\mathrm{g/cm^3}} \cdot \varepsilon_r} \cdot 13{,}1 \cdot 1000 \cdot \frac{1}{40}\,.$$

Dies führt auf folgenden Vergleich von theoretischen (erwarteten) Werten und Messwerten (Amplituden) für die 8 mm Stäbe:

Material	$\rho / \frac{g}{cm^3}$	ε_r	$U_{theor}/\mu\,\mathrm{V}$	$U_{mess} \approx U_{mess}(ges) - U_{mess}(r)/\mu\,\mathrm{V}$
Holz	0,68	3,5	26,7	102,9 ± 17,7
Aluminium	2,7	1	28,5	114,7 ± 43,0
Kupfer	8,9	1	51,7	117,0 ± 19,2
Edelstahl	7,9	1	48,7	144,7 ± 29,8
Glas	2,4	7	71,0	53,3 ± 11,7

Theoretische Werte und Messwerte weichen sehr deutlich voneinander ab.

2. Neuer Hochpass mit $R = 9{,}1\,\mathrm{k\Omega}$, $C = 16\,\mu\mathrm{F}$, k (1,6 Hz) = 0,83, V_U = 250:

$$U_{theor} = 52{,}9 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{V} \cdot \sqrt{\frac{\rho}{\mathrm{g/cm^3}} \cdot \varepsilon_r} \cdot 13{,}1 \cdot 250 \cdot 0{,}83$$

Material	$\rho / \frac{g}{cm^3}$	ε_r	$U_{theor} / \mu V$	$U_{mess} \approx U_{mess}(ges) - U_{mess}(r) / \mu V$
Holz	0,68	3,5	221,8	34,2 ± 7,5
Aluminium	2,7	1	243,8	46,5 ± 10,2
Kupfer	8,9	1	429,0	56,2 ± 16,9
Edelstahl	7,9	1	404,2	115,2 ± 27,9
Glas	2,4	7	589,4	40,2 ± 14,1

Auch hier haben Theorie und Messwerte nichts miteinander zu tun.

3.2 Einfache e-Funktion

Was Dieter Grosch hier mit "e-Funktion ... v" (*nach Dieter Heidorn S.41*)" angesprochen hatte, war die Glockenfunktion nach Gauß, die von mir zur Modellierung des Geschwindigkeitsverlaufes bei *einmaliger Stabbewegung* (auf oder ab) verwendet wurde:

$$v(t) = v_{max} \cdot e^{-t^2 / (T/4)^2} = v_{max} \cdot e^{-16 t^2 / T^2}$$

Dieser Modellierung der Geschwindigkeitsfunktion widersprach DG in de.sci.mathematik:

"Das ist eine Annahme. Es ist aber ein ganz einfache e-Funktion mit Anstieg und Abfall. Also

v(t) = v_max*e^-t/(T/4)

Weil der Verlauf bei jedem T/4 eine e-Funktion darstellt Dann ergibt sich für v_max bei den genannten Bedingungen mit 1/(T/4) = 4*f :

v_max = y / (T/4) = y* 4*f "

(thread "Frage zum Betrag von Ableitung", 02.07.2014 , 06:41)

1. Das ist erkennbar unsinnig. Um einen periodischen Geschwindigkeitsverlauf zu modellieren, der von der Struktur $v(t) = v_{max} \cdot \sin(\omega t)$ entspricht, ist "die ganz einfache e-Funktion" nicht

geeignet. Es kann höchstens eine abschnittsweise definierte "Geschwindigkeitsfunktion" angesetzt werden, z.B.:

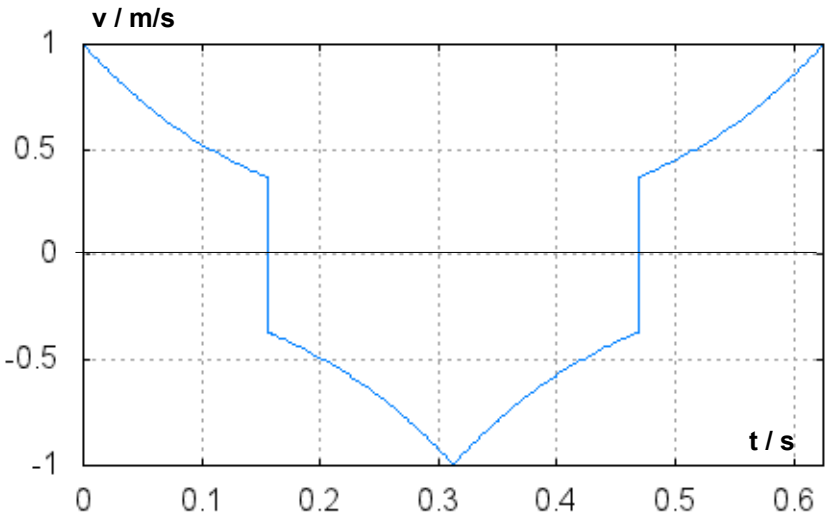
$$v_1(t) := v_{max} \cdot e^{-\frac{4}{T} \cdot t} \qquad 0 \le t < \frac{T}{4}$$

$$v_2(t) := -v_{max} \cdot e^{-\frac{4}{T} \cdot \left(2 \cdot \frac{T}{4} - t\right)} \qquad \frac{T}{4} < t \le \frac{T}{2}$$

$$v_3(t) := v_{max} \cdot e^{-\frac{4}{T} \cdot \left(t - \frac{T}{2}\right)} \qquad \frac{T}{2} < t \le 3\frac{T}{4}$$

$$v_4(t) := -v_{max} \cdot e^{-\frac{4}{T} \cdot \left(2 \cdot \frac{T}{2} - t\right)} \qquad 3\frac{T}{4} < t \le T$$

Für $v_{max} = 1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ und $T = 0{,}625\,\mathrm{s}$ ergibt sich folgender Verlauf:



Es springt ins Auge:

- an den Extremstellen $t = T/2$; T ; ... liegen *Knicke* vor, d.h. dort ist die Funktion nicht stetig differenzierbar - womit ein *Sprung in der Beschleunigung* aufträte;
- an den Intervallgrenzen $t = T/4$; $3T/4$; ... liegen *Sprungstellen* vor.

Das bedeutet: Ein realer periodischer Geschwindigkeitsverlauf von der Struktur eines Sinusverlaufes kann mit diesem Ansatz nicht modelliert werden - auch nicht näherungsweise. Schlussfolgerungen aus diesem Ansatz, etwa wie hier:

"man benutzt die e-Funktion, dann ergibt sich für v": v "= y*(4*f)^3 = 13,1 m/s^3"

sind ohne jegliche physikalische Bedeutung.

2. Es ist zu vermuten, dass Dieter Grosch mit der "einfachen e-Funktion" nur eine Viertelperiode im Blick hatte. Unter diesem Aspekt soll der *einfache exponentielle Abfall* noch einmal genauer betrachtet werden: $v(t) = v_{max} \cdot \mathrm{e}^{-\frac{4}{T}\cdot t}$ für $0 \le t \le \frac{T}{4}$.

Ableitungen:

$$\frac{dv}{dt} = -\left(\frac{4}{T}\right)\cdot v_{max}\cdot \mathrm{e}^{-\frac{4}{T}\cdot t} \quad ; \quad \frac{d^2 v}{dt^2} = +\left(\frac{4}{T}\right)^2\cdot v_{max}\cdot \mathrm{e}^{-\frac{4}{T}\cdot t} \quad ; \quad \frac{d^3 v}{dt^3} = -\left(\frac{4}{T}\right)^3\cdot v_{max}\cdot \mathrm{e}^{-\frac{4}{T}\cdot t}$$

Für die Eingangsspannung des Hochpasses gilt nach der "U-Formel":

$$U_1 = 52{,}9\cdot 10^{-9}\,\mathrm{V}\cdot\sqrt{\frac{\rho}{\mathrm{g/cm^3}}\cdot \varepsilon_r}\cdot V_U\cdot\left(\frac{d^2 v}{dt^2}/\mathrm{m/s^3}\right)$$

$$U_1 = A\cdot\frac{d^2 v}{dt^2} = A\cdot\left(\frac{4}{T}\right)^2\cdot v_{max}\cdot \mathrm{e}^{-\frac{4}{T}\cdot t} \qquad \frac{dU_1}{dt} = A\cdot\frac{d^3 v}{dt^3} = -A\cdot\left(\frac{4}{T}\right)^3\cdot v_{max}\cdot \mathrm{e}^{-\frac{4}{T}\cdot t}$$

Auch hier geht Dieter Grosch von der *falschen Voraussetzung* aus,

"dass der Hochpass [...] als Differenzierglied nach der Formel
U_2 = R*C*(dU_1/dt) = R*C*v''' = R*C*y*(4*f)^4 = 0,2 *U_1 wirkt"

Die Rechnung enthält darüber hinaus noch *weitere Fehler*:

- " U_2 = R*C*(dU_1/dt) = R*C*v''' ":

  Die Ableitung $dU_1/d\,t$ ist nicht gleich der dritten Ableitung der Geschwindigkeit v - hier fehlt der konstante Faktor A aus der "U-Formel": $RC\cdot\frac{d\,U_1}{d\,t}=RC\cdot A\cdot\frac{d^3 v}{d\,t^3}$.

- " R*C*v''' = R*C*y*(4*f)^4 "

  Der Maximalwert der dritten Ableitung von v nach der Zeit *nicht* "y*(4*f)^4", sondern wie oben angegeben $\left(\frac{4}{T}\right)^3\cdot v_{max}$. Richtig wäre daher: $RC\cdot A\cdot\frac{d^3 v}{d\,t^3}=-RC\cdot A\cdot\left(\frac{4}{T}\right)^3\cdot v_{max}\,\mathrm{e}^{-\frac{4}{T}\cdot t}$.

  Hier begeht Dieter Grosch weitere Fehler: Er setzt $v_{max}=\frac{y}{T/4}=\frac{4}{T}\cdot y=4\,f\cdot y$ (y: Hubhöhe), was jedoch nur bei Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit möglich wäre, nicht aber bei zeitveränderlicher Geschwindigkeit. Zudem wird in einer *Viertel*periode nicht die gesamte Hub*höhe*, sondern nur die Hälfte davon zurückgelegt. Die Bastelei

  $RC\cdot A\cdot\frac{d^3 v}{d\,t^3}=-RC\cdot A\cdot\left(\frac{4}{T}\right)^4\cdot y\cdot\mathrm{e}^{-\frac{4}{T}\cdot t}$ ist somit physikalisch falsch.

- " R*C*(dU_1/dt) = [...] = R*C*y*(4*f)^4 = 0,2 *U_1 ":

  ist auch falsch. Um auf die Proportionalität zu U_1 zu kommen, muss nun wieder y mit v_{max} ausgedrückt werden: $y=\frac{T}{4}\cdot v_{max}$. Damit ergibt sich dann:

$$RC\cdot\frac{d\,U_1}{d\,t}=-RC\cdot A\cdot\left(\frac{4}{T}\right)^4\cdot y\,\mathrm{e}^{-\frac{4}{T}\cdot t}=-RC\cdot\left(\frac{4}{T}\right)^2\cdot\frac{T}{4}\cdot\boldsymbol{A\cdot\left(\frac{4}{T}\right)^2\cdot v_{max}\cdot\mathrm{e}^{-\frac{4}{T}\cdot t}}=-RC\cdot\left(\frac{4}{T}\right)^2\cdot\frac{T}{4}\cdot\boldsymbol{U_1(t)}\,.$$

- " R*C*y*(4*f)^4 = 0,2 *U_1 "

  Mit den angegebenen Daten ergibt sich nicht der Faktor "0,2", sondern:

  $RC\cdot y\cdot(4\,f)^4=9{,}1\cdot10^3\,\Omega\cdot16\cdot10^{-6}\,\mathrm{F}\cdot0{,}05\,\mathrm{m}\cdot(4\cdot1{,}6\,\mathrm{Hz})^4=12{,}2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^3}$.

  Der (im Rahmen des insgesamt fehlerhaften Ansatzes) richtige Faktor wäre:

  $RC\cdot\left(\frac{4}{T}\right)^2\cdot\frac{T}{4}=RC\cdot\frac{4}{T}=RC\cdot4\,f=9{,}1\cdot10^3\,\Omega\cdot16\cdot10^{-6}\,\mathrm{F}\cdot4\cdot1{,}6\,\mathrm{s}^{-1}=0{,}932$.

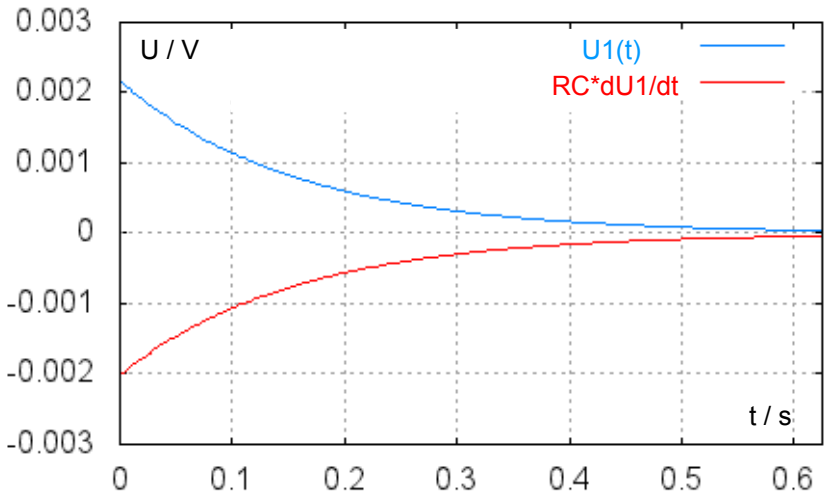
Zur falschen Voraussetzung $U_2(t)=R\cdot C\cdot\frac{dU_1}{dt}$:

a) Die Ableitung von U_1 führt auf die dritte Ableitung von $v(t)$:

$$\frac{dU_1}{dt}=52{,}9\cdot 10^{-6}\,\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{s}}\cdot\sqrt{\frac{\rho}{\mathrm{g/cm^3}}\cdot\varepsilon_r}\cdot\left(\frac{d^3v}{dt^3}/\mathrm{m/s^4}\right)$$

b) Für die Eingangsspannung $U_1=A\cdot\frac{d^2v}{dt^2}=\left(\frac{4}{T}\right)^2\cdot v_{max}\cdot\mathrm{e}^{-\frac{4}{T}\cdot t}$ ergäbe sich dann

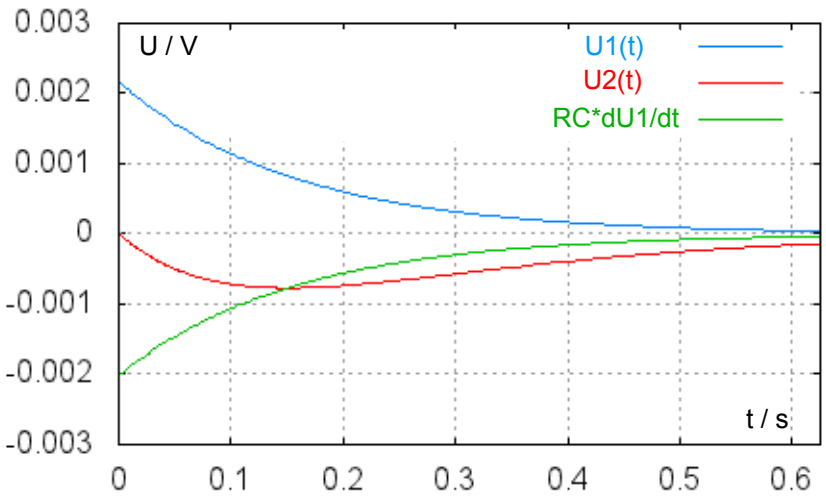
$$U_2(t)=R\cdot C\cdot\frac{dU_1}{dt}=RC\cdot A\cdot\frac{d^3v}{dt^3}=-RC\cdot A\cdot\left(\frac{4}{T}\right)^3\cdot v_{max}\cdot\mathrm{e}^{-\frac{4}{T}\cdot t}\,.$$



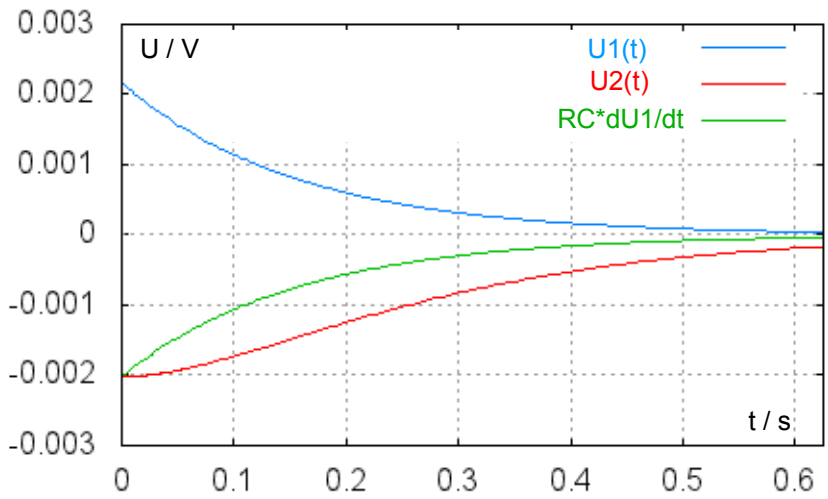
c) Die richtige Ausgangsspannung U_2 ergibt sich auch hier natürlich wieder aus der Lösung der Differentialgleichung

$$\frac{dU_2}{dt}+\frac{1}{RC}\cdot U_2=\frac{dU_1}{dt}\,.$$

Anfangsbedingung $U_2(0) = 0$:



Anfangsbedingung $U_2(0) = -RC \cdot A \cdot \left(\frac{4}{T}\right)^3 \cdot v_{max}$:



Es ist klar ersichtlich: $\boldsymbol{U_2(t) \neq R \cdot C \cdot \frac{d\,U_1}{d\,t}}$.

3.3 Quadratische Funktion

Nachdem die "einfache e-Funktion" sich als völlig ungeeignet erwiesen hatte, hatte Dieter Grosch den Einfall: "versuch eine x^2 oder x^3 Funktion für den Verlauf zu probieren."

Auf den ersten Blick ist das in der Form Unsinn - denn ein sinusförmiger periodischer Verlauf $v(t) = v_{max} \cdot \sin(\omega t)$ lässt sich nicht mit einer quadratischen Funktion beschreiben. Hier kann höchstens wieder - wie bei der "einfachen e-Funktion" - höchstens eine abschnittsweise definierte "Geschwindigkeitsfunktion" angesetzt werden. Die Bedingungen $v(0) = v(T/2) = v(T) = 0$ und $\frac{d\,v}{d\,t}(T/4) = v_{max}$, $\frac{d\,v}{d\,t}(3T/4) = -v_{max}$ führen auf folgende Geschwindigkeitsfunktion:

$$v_1(t) := -\frac{v_{max}}{\left(\frac{T}{4}\right)^2} \cdot \left(t - \frac{T}{4}\right)^2 + v_{max} \qquad 0 \leq t < \frac{T}{2}$$

$$v_2(t) := +\frac{v_{max}}{\left(\frac{T}{4}\right)^2} \cdot \left(t - 3 \cdot \frac{T}{4}\right)^2 - v_{max} \qquad \frac{T}{2} < t \leq T$$

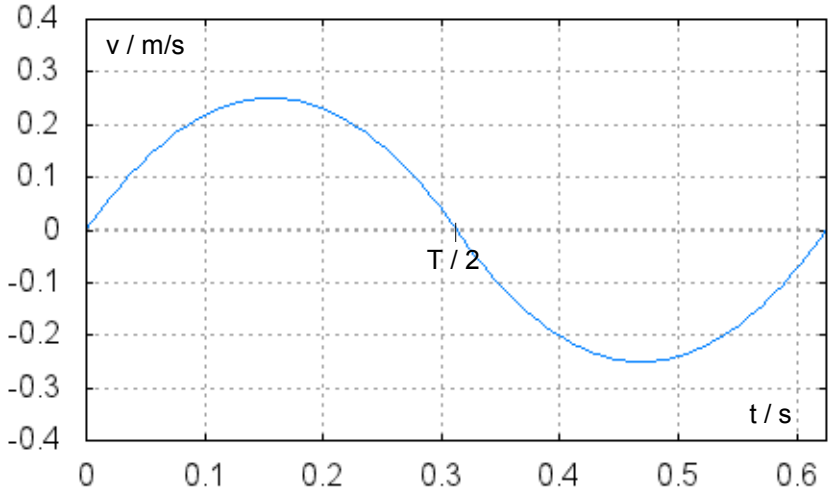
Die Geschwindigkeitsamplitude ergibt sich aus der Integration über eine Viertelperiode $T/4$: in dieser Zeit wird die Bewegungsamplitude y_{max} (= halbe Hubhöhe) zurückgelegt:

$$y_{max} = \int_0^{T/4} v_1(t)\,d\,t = \int_0^{T/4} \left(-\frac{v_{max}}{\left(\frac{T}{4}\right)^2} \cdot \left(t - \frac{T}{4}\right)^2 + v_{max} \right) d\,t = v_{max} \cdot \left[-\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{\left(\frac{T}{4}\right)^2} \cdot \left(t - \frac{T}{4}\right)^3 + t \right]_0^{T/4}$$

$$= v_{max} \cdot \left(\frac{T}{4} - \frac{1}{3} \cdot \frac{T}{4} \right) = v_{max} \cdot \frac{T}{6}$$

Mit $y_{max} \approx 0{,}025\,\mathrm{m}$, $T = 0{,}625\,\mathrm{s}$ ergibt sich daraus:

$$v_{max} = \frac{6}{T} \cdot y_{max} \approx 0{,}25\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$



Ableitungen:

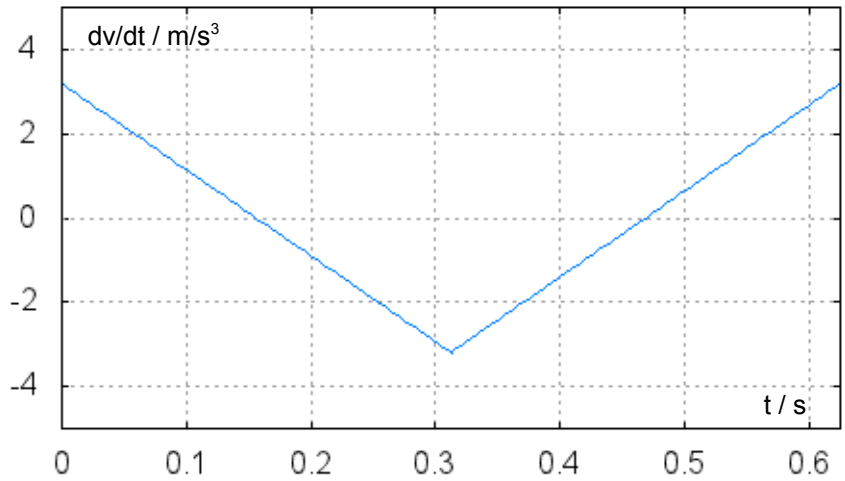
$$\frac{d\,v_1}{d\,t} = -2 \cdot \frac{v_{max}}{\left(\frac{T}{4}\right)^2} \cdot \left(t - \frac{T}{4}\right)$$

$$\frac{d\,v_2}{d\,t} = +2 \cdot \frac{v_{max}}{\left(\frac{T}{4}\right)^2} \cdot \left(t - \frac{T}{4}\right)$$

mit:

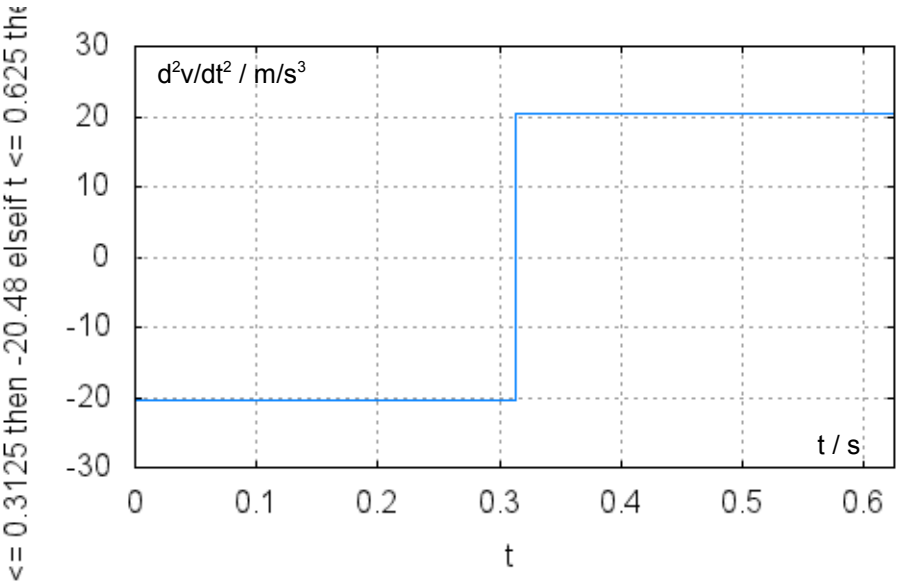
$$2 \cdot \frac{v_{max}}{\left(\frac{T}{4}\right)^2} = 2 \cdot \frac{0{,}25\,\mathrm{m/s}}{\left(0{,}625\,\frac{\mathrm{s}}{4}\right)^2}$$

$$= 20{,}48\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^3}$$



$$\frac{d^2 v_1}{d\,t^2} = -2 \cdot \frac{v_{max}}{\left(\frac{T}{4}\right)^2}$$

$$\frac{d\,v_2}{d\,t} = +2 \cdot \frac{v_{max}}{\left(\frac{T}{4}\right)^2}$$



Die erste Ableitung weist bei $t = T/2$ einen Knick auf. Da die erste Ableitung die Beschleunigung ergibt, würde das bedeuten, dass *die Beschleunigung der Bewegung an dieser Stelle einen Sprung ausführen müsste*, und zwar von $2\cdot\frac{v_{max}}{(T/4)}=\frac{8\cdot 0{,}25\,\mathrm{m/s}}{0{,}625\,\mathrm{s}}=3{,}2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ auf $-3{,}2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ - wie es die zweite Ableitung auch bestätigt. Das bedeutet: Der Ansatz mit der quadratischen Funktion erweist sich schon an dieser Stelle als physikalisch falsch.

Die zweite Ableitung weist an den Stellen $t=\frac{T}{2}$; T ; $3\cdot\frac{T}{2}$; … Sprünge auf. Auch dies ist bei einer kontinuierlichen Stabbewegung als unphysikalisch zu kennzeichnen.

Für die Eingangsspannung des Hochpasses gilt nach der "U-Formel" wieder:

$$\begin{aligned} U_1 &= 52{,}9\cdot 10^{-9}\,\mathrm{V}\cdot V_U\cdot\sqrt{\frac{\rho}{\mathrm{g/cm^3}}\cdot\varepsilon_r}\cdot\left(\frac{d^2 v}{d t^2}/\mathrm{m/s^3}\right) \\ &= A\cdot\frac{d^2 v}{d t^2} \end{aligned}.$$

Mit $V_U=250$, $\rho=1$, $\varepsilon_r=1$ ergibt sich $A=1{,}3225\cdot 10^{-5}\,\mathrm{V}\cdot\frac{\mathrm{s}^3}{\mathrm{m}}$.

Nun kann die Differentialgleichung des Hochpasses gelöst werden:

$$\frac{d U_2}{d t}+\frac{1}{RC}\cdot U_2=\frac{d U_1}{d t}$$

Für die Ableitung von U_1 ergibt sich: $\frac{d U_1}{d t}=A\cdot\frac{d^3 v}{d t}=0$, so dass sich die Differentialgleichung vereinfacht zu

$$\frac{d U_2}{d t}+\frac{1}{RC}\cdot U_2=0\,.$$

Dies Gleichung hat die bekannte Lösung

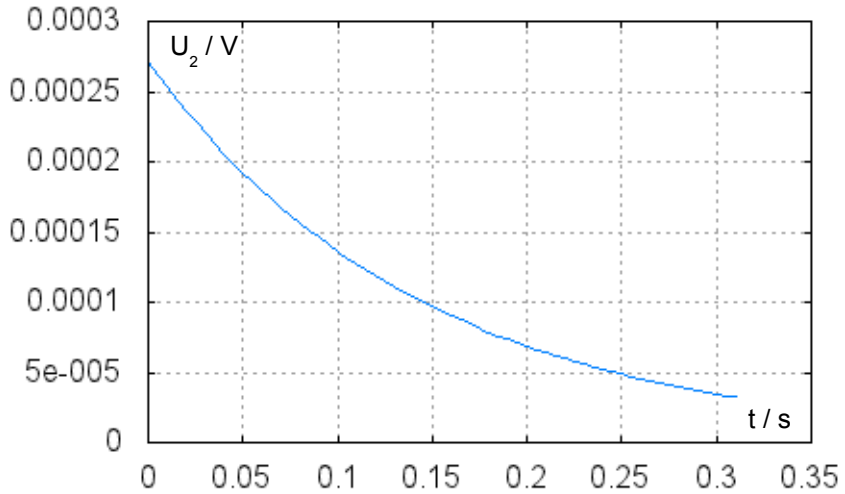
$$U_2(t)=U_2(0)\cdot\mathrm{e}^{-t/RC}$$

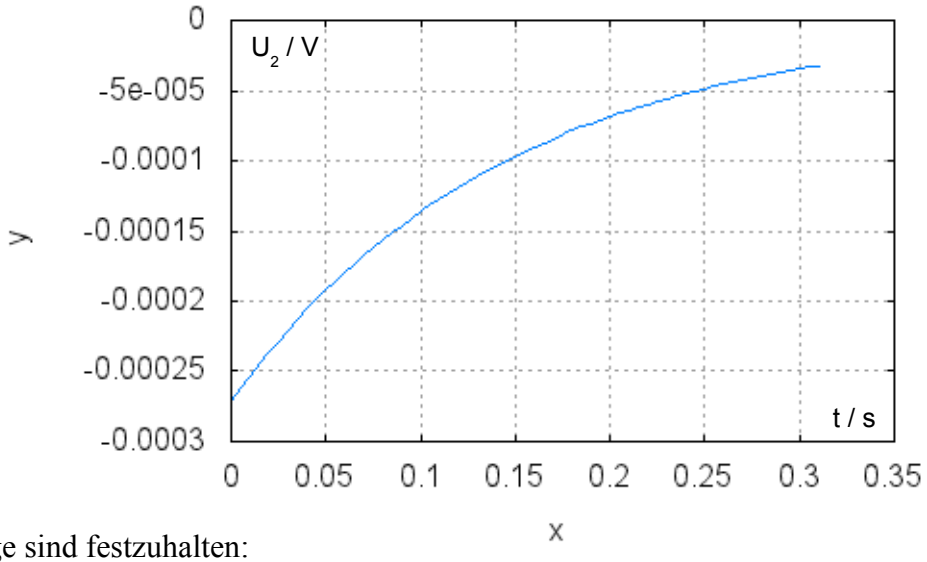
Auch hier zeigt sich, dass der Ansatz unphysikalisch ist: Beginnt man mit einem ungeladenen Kondensator, also $U_2(0) = 0$, dann bleibt die Kondensatorspannung konstant Null - unabhängig von der Bewegung.

Nimmt man als Anfangswerte für U_2 den maximalen Betrag von U_1, also

$$U_2(0)=U_{1,max}=A\cdot\left(\frac{d^2 v}{d t^2}\right)_{max}=1{,}3225\cdot 10^{-5}\,\mathrm{V}\cdot 20{,}48=2{,}71\cdot 10^{-4}\,\mathrm{V}=0{,}271\,\mathrm{mV}\,,$$

dann ergibt sich mit $R=1\,\mathrm{k}\Omega$, $C=16\,\mu\,\mathrm{F}$ (und je nach Vorzeichen) einer der beiden folgenden exponentiellen Verläufe:





Zwei Dinge sind festzuhalten:

1. Diese Verläufe entsprechen nicht dem experimentell zu beobachtenden sinusförmigen Verlauf der Ausgangsspannung $U_2(t)$.

2. Nebenbei ergibt sich auch wieder, dass die von Dieter Grosch verwendete Verkürzung der Differentialgleichung von $\frac{dU_2}{dt}+\frac{1}{RC}\cdot U_2=\frac{dU_1}{dt}$ auf $U_2(t)=R\cdot C\cdot\frac{dU_1}{dt}$ falsch ist:

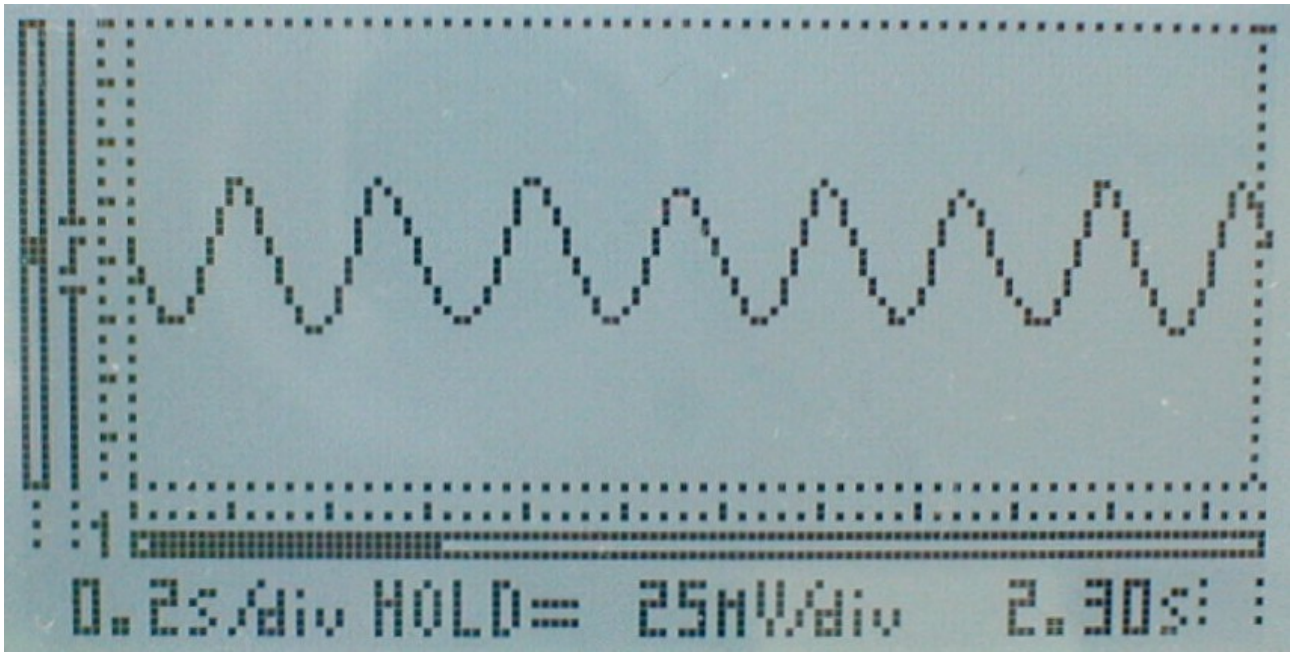
   da $\frac{dU_1}{dt}=A\cdot\frac{d^3v}{dt}=0$ ist, würde sich daraus $U_2(t) = 0$ für alle Zeiten t ergeben - und zwar unabhängig von irgendeinem Anfangswert.

Auch hieran zeigt sich erneut, dass der Ansatz einer quadratischen Funktion für die Geschwindigkeitsfunktion falsch ist.

3.4 Experimentelle Untersuchung der Geschwindigkeits- und Spannungsverläufe

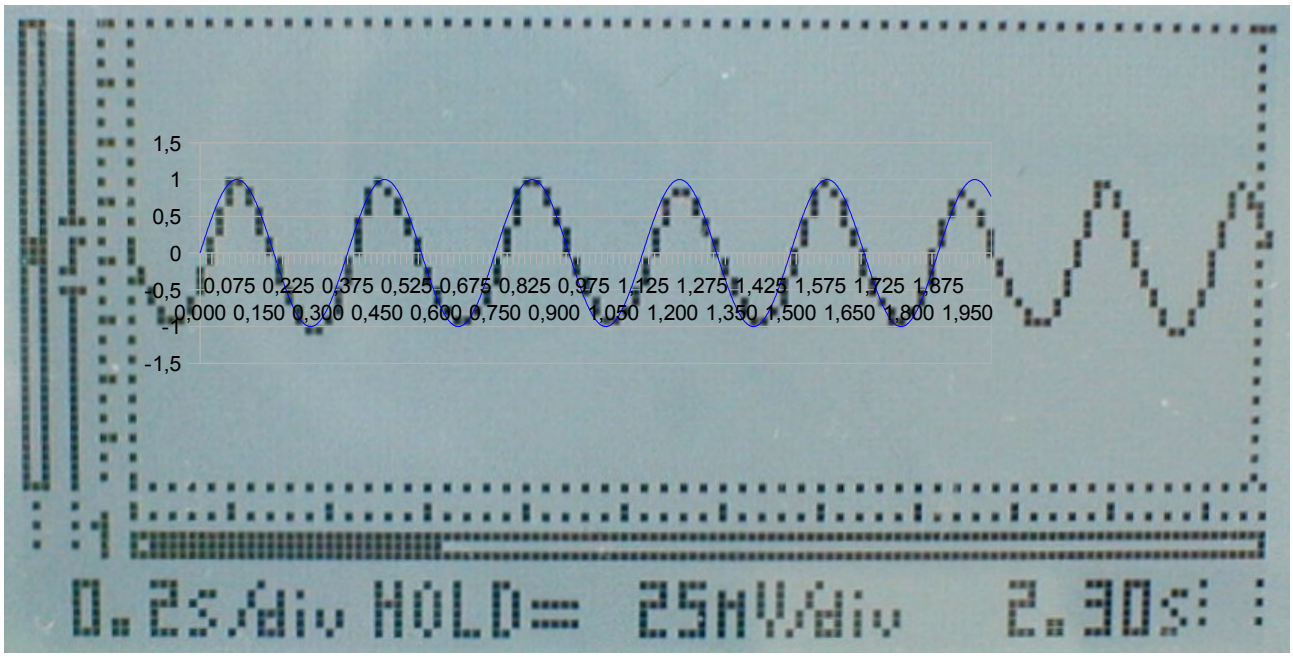
Ein Stahlstab mit 8 mm Durchmesser wurde mit einem Dauermagneten durch 50-maliges Bestreichen in einer Richtung leicht magnetisiert. Dieser magnetisierte Stahlstab wurde in der Spule (wie bei den sonstigen Messungen) von Hand periodisch auf- und abbewegt (Hubhöhe: $\Delta y \approx 5\,\text{cm}$).

a) Durch die Magnetisierung ergaben sich so hohe Induktions-Spannungen, dass direkt an der Spule gemessen werden konnte. Die folgende Abbildung zeigt ein Oszillogramm eines typischen Spannungsverlaufs bei dieser Bewegung:



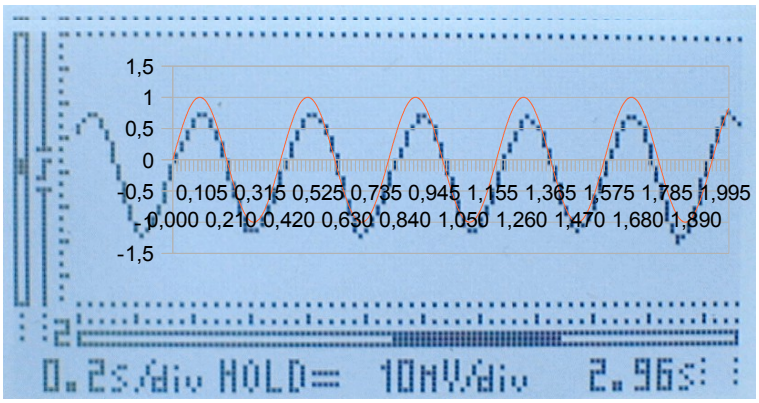
Für die Periodendauer lässt sich daraus näherungsweise $T \approx 0{,}37\,\text{s}$ ablesen.

Die folgende Abbildung zeigt das gleiche Oszillogramm, in das der Graph von $\sin\left(\frac{2\pi}{0{,}375\,\text{s}} \cdot t\right)$ einkopiert ist:



Für eine Bewegung von Hand ergibt sich eine gute Übereinstimmung mit einem Sinusverlauf.

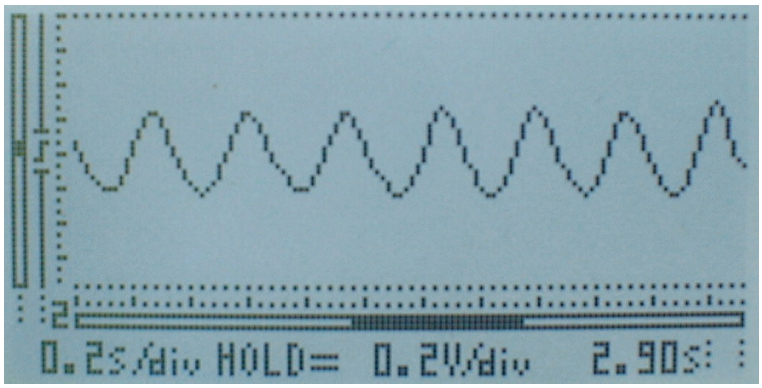
b) Im nächsten Schritt wurde ein Spannungsteiler im Eingang des Verstärkers aufgebaut: R_1 = 10 kΩ und R_2 = 100 Ω. Die Spannung an R_2 wurde auf den Verstärkereingang gegeben. Das folgende Oszillogramm zeigt den zeitlichen Verlauf der Spannung am Spannungsteiler bei periodischer Auf- und Abbewegung des Stabes in der Spule:



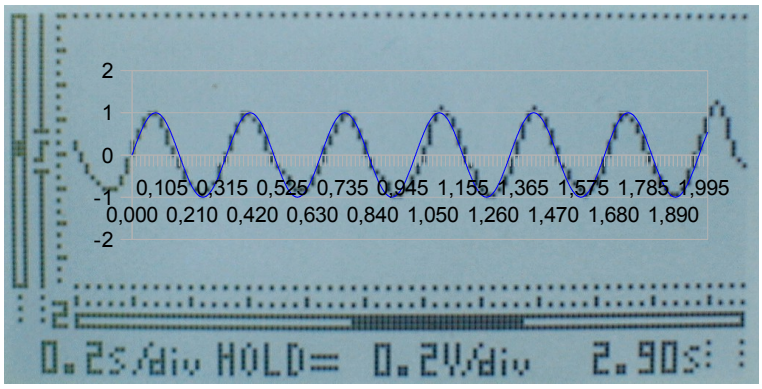
zum Vergleich mit Graph von $\sin\left(\frac{2\pi}{0{,}390\,\mathrm{s}}\cdot t\right)$:

c) Im Verstärkerausgang wurde (nach den in Abschnitt 2 beschriebenen Messungen an Hochpässen) wieder der von mir bei meinen Messungen verwendete Tiefpass mit $R = 1\,\mathrm{k}\,\Omega$ und $C = 22\,\mu\,\mathrm{F}$ eingebaut.

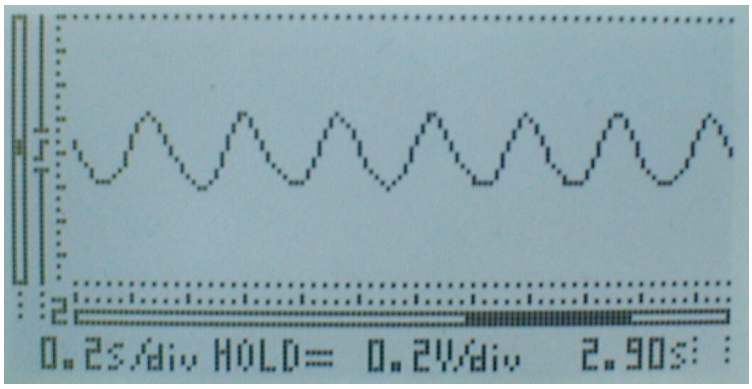
Die Spannung am Verstärkerausgang, also die Eingangsspannung des Tiefpasses, erwies sich natürlich auch als sinusförmig:



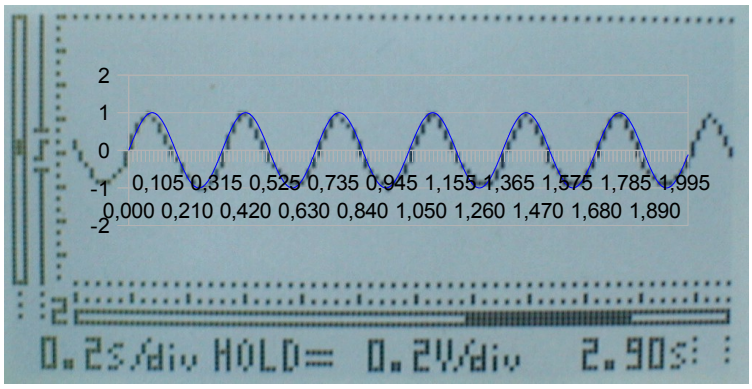
zum Vergleich mit Graph von $\sin\left(\frac{2\pi}{0{,}330\,\mathrm{s}}\cdot t\right)$:



d) Schließlich wurde noch die Spannung am Kondensator des Tiefpasses, also die Ausgangsspannung U_2, oszillographiert. Wie nicht anders zu erwarten, erwies sich diese ebenfalls als sinusförmig:



zum Vergleich mit Graph von $\sin\left(\frac{2\pi}{0{,}336\,\mathrm{s}}\cdot t\right)$:



Also:

Eine sinusförmige Stabbewegung in der Spule führt zu einem sinusförmigen Spannungsverlauf am Verstärkerausgang und am Ausgang des Tiefpasses.

3.5 Trigonometrische Funktionen

Nach den im vorigen Abschnitt dargestellten Ergebnissen ist klar, dass die Modellierung der Geschwindigkeitsfunktion bei meinen Experimenten gut mit Sinus- und Kosinusfunktionen durchgeführt werden kann, z.B.:

$$y(t) = -y_{max} \cdot \cos(\omega t) \quad ; \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$v(t) = \frac{dy}{dt} = \omega \cdot y_{max} \cdot \sin(\omega t) = v_{max} \cdot \sin(\omega t)$$

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = \omega^2 \cdot y_{max} \cdot \cos(\omega t) = \omega \cdot v_{max} \cdot \cos(\omega t)$$

$$k(t) = \frac{d^2 v}{dt^2} = -\omega^3 \cdot y_{max} \cdot \sin(\omega t) = -\omega^2 \cdot v_{max} \cdot \sin(\omega t)$$

Dies kann zur Auswertung meiner Messergebnisse (siehe Teil A, Abschnitt 3.2) verwendet werden.

Bei den Messungen betrug die Hubamplitude $y_{max} = 5\,\text{cm}$; als Periodendauern wurden verwendet $T = 0{,}5$ s und $T = 0{,}25$ s. Damit ergibt sich:

T/s	$v_{max}/\text{m/s}$	$\omega^3 \cdot y_{max}/\text{m/s}^3$
0,50	0,628	99,22
0,25	1,257	793,76

In der "U-Formel" treten nun die Werte der zweiten Ableitung der Geschwindigkeit nach der Zeit auf. Die Extremwerte dieser zweiten Ableitung bestimmen daher die Extremwerte der erwarteten Induktionsspannung:

$$U_{ind,\,max} = 52{,}9 \cdot 10^{-9}\,\text{V} \cdot \sqrt{\frac{\rho}{\text{g/cm}^3} \cdot \varepsilon_r} \cdot \left(\frac{d^2 v}{dt^2} / \text{m/s}^3 \right)_{max}$$

Diese induzierte Spannung ist weiter mit dem Verstärkungsfaktor V_U und mit dem Dämpfungsfaktor $k(f)$ des von mir verwendeten Tiefpasses zu multiplizieren, so dass sich für die theoretische Spannung am Ausgang des Tiefpasses ergibt:

$$U_{2,\,theor} = 52{,}9 \cdot 10^{-9}\,\text{V} \cdot \sqrt{\frac{\rho}{\text{g/cm}^3} \cdot \varepsilon_r} \cdot \left(\frac{d^2 v}{dt^2} / \text{m/s}^3 \right)_{max} \cdot V_U \cdot k(f)\,.$$

Der von mir verwendete Verstärkungsfaktor ist $V_U = 1000$. Für die Übertragungsfunktion des Tiefpasses gilt - wie schon in Teil A, Abschnitt 3.1 dargestellt - bei den verwendeten Frequenzen:

f/Hz	$k(f)$
2	0,964
4	0,875

Die mit der "U-Formel" berechneten Werte sind Maximalwerte (Amplituden). Die von mir angegebenen Messergebnisse (Teil A, Abschnitt 3.2) sind dagegen Spannungshübe, so dass diese

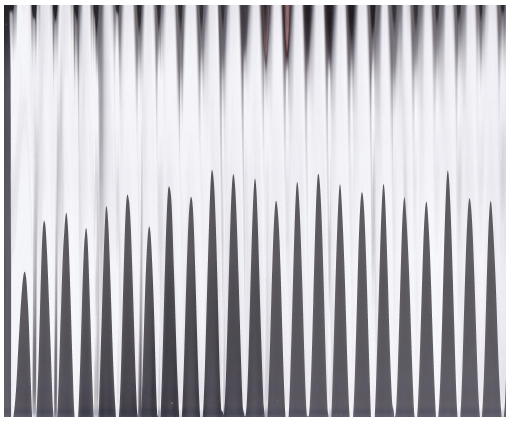
zum Vergleich halbiert werden müssen: $U_{mess} = 0{,}5 \cdot \Delta U = 0{,}5 \cdot (U_{pp}(\text{bewegt}) - U_{pp}(\text{ruhend}))$. Damit ergibt sich:

Material	ρ / g/cm³	ε_r	$\omega^3 \cdot y_{max}$ / m/s³	$U_{2,\,theor}$ / mV	U_{mess} / mV
Holz	0,68	3,5	99,22 793,76	8,10 64,78	0,50 ± 0,18 1,11 ± 0,20
Aluminium	2,7	1	99,22 793,76	8,62 69,00	0,22 ± 0,34 0,43 ± 0,33
Messing	8,6	1	99,22 793,76	15,39 123,14	2,92 ± 0,30 4,18 ± 0,44

Das Ergebnis ist eindeutig: Die nach der Theorie der "Ladungsentstehung durch Bewegung" zu erwartenden Spannungen treten klar ersichtlich nicht auf.

3.6 Simulation der Stabbewegung auf einem Scanner

Um nachzuweisen, dass bei der Stabbewegung kein sinusförmiger Verlauf vorliegt, ließ Dieter Grosch sich folgendes einfallen:

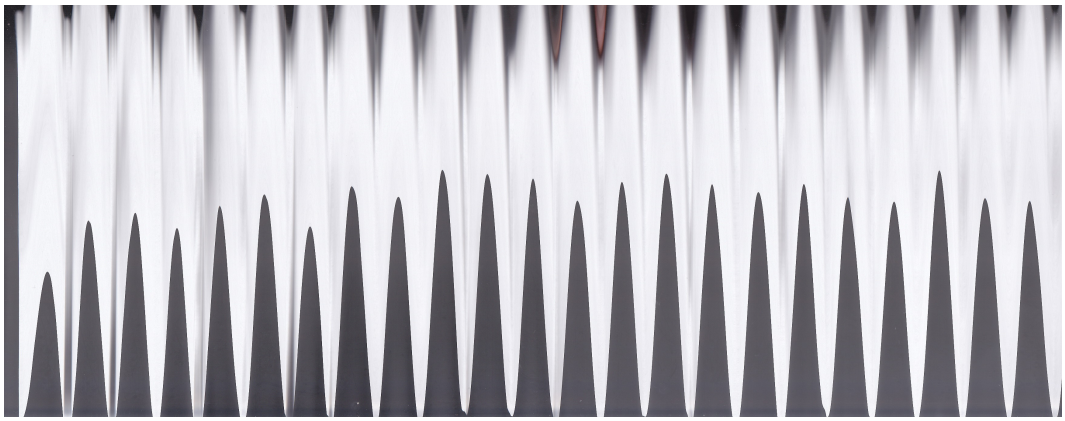


"Um die Funktion der Handbewegung zu analysieren wurde diese über einen Scanner aufgenommen, indem ein Papierblatt hin und herbewegt wurde.

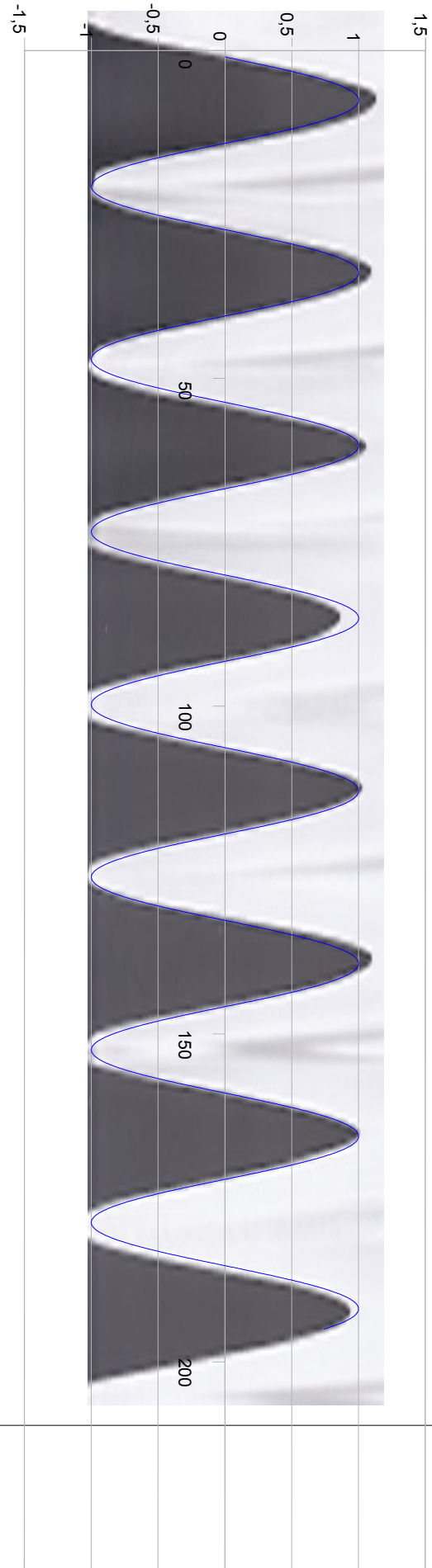
Die etwa 23 auf- und ab-Bewegungen wurden bei dem Scann mit etwa 15 s aufgenommen.

Daraus ist erkennbar, dass es keine sin-Funktion ist und die nur durch ein F-Reihe dargestellt werden kann. Siehe Bild." (Homepage Dieter Grosch)

Das Bild ist nicht sehr aussagekräftig. Eine erste Vergrößerung des Bildes lässt schon mehr erkennen:



Eine weitere Erhöhung der Auflösung lässt dann erkennen, dass keine "Dreiecksfunktion" (wie von Dieter Grosch vermutet) vorliegt:

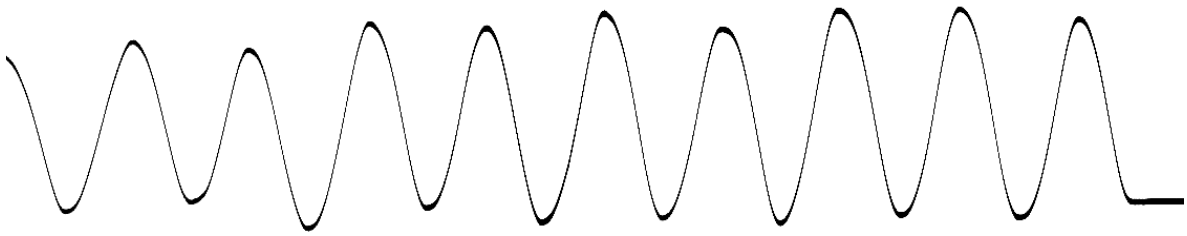
Vergrößert (und um 90° nach rechts gedreht): Es zeigt sich eine Sinusstruktur.	zum Vergleich mit einkopierter Sinuskurve:
	

Für eine Handbewegung ergibt sich eine gute Übereinstimmung mit einem Sinusverlauf - insbesondere wenn man noch bedenkt, dass Dieter Grosch hier bestimmt nicht die Absicht hatte, einen Sinus zu produzieren, also auch keine besondere Sorgfalt darauf verwandt hat.

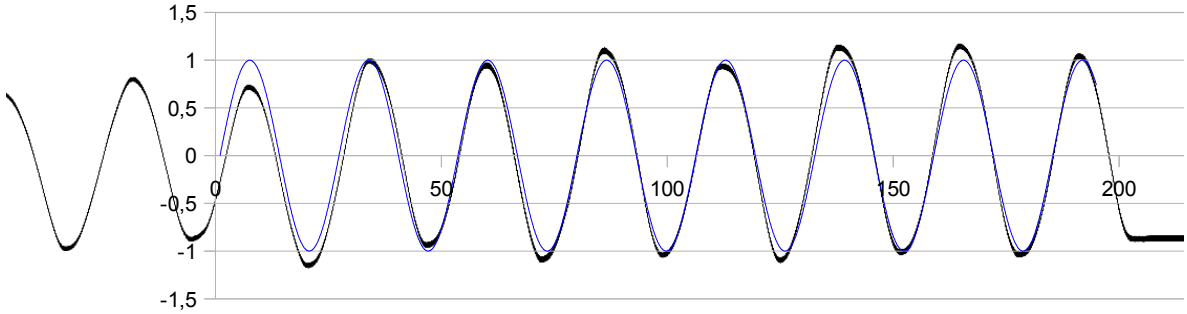
Mit einer kleinen Verbesserung erhielt ich ein wesentlich deutlicheres Bild: Auf einem leeren, weißen DIN-A4-Blatt wurde 3 cm vom Seitenrand eine kräftige, schwarze gerade Linie gezeichnet.

Dann wurde das Blatt auf der Scanner-Fläche in Querrichtung hin- und herbewegt ($T \approx \frac{10}{15\,\mathrm{s}}$)

Folgendes Bild zeigt das Scanergebnis (um 90° nach rechts gedreht):



Natürlich kann hier nicht eine zur Auf- und Abbewegung des Stabes vergleichbare Konstanz der Amplitude erzielt werden, da Reibung vorliegt und der Bewegungsablauf der Hand ein anderer ist. Dennoch lässt sich eine Sinusstruktur gut erkennen. Zum Vergleich ist in obiges Bild eine Sinuskurve einkopiert:



Also: Wenn man *will*, und während der Versuchsdurchführung zumindest bewusst darauf achtet, dann lässt sich die sinusförmige Bewegung auch von Hand in guter Näherung herstellen. Bei Verwendung von Hilfsmitteln (akustischer Taktgeber, Höhenmaßstab neben der Spule) lässt sich auch eine genügende Konstanz in Periodendauer und Amplitude herstellen.

Es sei noch einmal betont, wie sinnvoll das Realisieren eines sinusförmigen Bewegungsablaufs im vorliegenden Versuch ist:

- eine sinusförmige Bewegung $y(t) = y_{max} \cdot \sin(\omega \cdot t)$ erlaubt leichtes Berechnen der Geschwindigkeitsfunktion und ihrer Ableitungen, die von der zu testenden "Theorie" benötigt werden;
- weiter liegt dann eine sinusförmige Wechselspannung vor, so dass für Hoch- oder Tiefpass im Ausgang des Verstärkers einfach die zugehörige Übertragungsfunktion $k(f)$ verwendet werden kann, um den Einfluss auf das sinusförmige Eingangssignal zu untersuchen.

Der Verzicht auf die Anstrengung, eine sinusförmige Bewegung beim Versuch zu realisieren, ist einfach nur schlampiges Arbeiten, und führt zu "Ergebnissen", die nicht auswertbar sind.

Der letzte Versuch von Dieter Grosch, doch noch gegen die faktisch sinusförmigen Verläufe zu argumentieren, bestand in folgendem:

> "Das Problem bei einem Vergleich mit Vorausberechnungen ist, das sich jeder Bewegungsfehler, sei es bei der Frequenz, oder der Amplitude, im Messwert immer mit der dritten Potenz wiederfindet, also eine Vorausberechnung immer sehr fehlerhaft ist."

Die von f und y_{max} abhängige Größe ist die zweite Ableitung von v nach der Zeit:

$$g(f\,;y_m)=\frac{d^2v}{dt^2}=\omega^3\cdot y_m=(2\pi f)^3\cdot y_m\,.$$

Ihre Werte bei meinen Parametern (f = 2 Hz bzw. 4 Hz; y_m = 5 cm) sind:

f = 2 Hz: $g(2;\,0{,}05)$ = 99,2 m/s³

f = 4 Hz: $g(4;\,0{,}05)$ = 793,8 m/s³

Die Fehler, die bei der Bewegung auftreten, sind (großzügig geschätzt):

Δf = 0,1 Hz (die Periodendauer T der Stabbewegung wurde mit einem akustischen Taktgeber kontrolliert)

Δy_m = 5 mm (die Hubhöhe wurde mit einem neben der Anordnung stehenden Holzlineal kontrolliert)

Fehlerfortpflanzung nach Gauß:

$$\Delta g=\sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial f}\cdot\Delta f\right)^2+\left(\frac{\partial g}{\partial y_m}\cdot\Delta y_m\right)^2}$$

Die benötigten (partiellen) Ableitungen sind:

$$\frac{\partial g}{\partial f}=3\cdot(2\pi f)^2\cdot 2\pi\cdot y_m$$
$$\frac{\partial g}{\partial y_m}=(2\pi f)^3$$

Werte:

$f=2\,\mathrm{Hz}$:

$$\frac{\partial g}{\partial f}\cdot\Delta f=14{,}9\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^3}$$
$$\frac{\partial g}{\partial y_m}\cdot\Delta y_m=9{,}9\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^3}$$
$$\Delta g=\sqrt{14{,}9^2+9{,}9^2}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^3}=17{,}9\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^3}$$
$$\frac{\Delta g}{g(2\,;0{,}05)}=\frac{17{,}9}{99{,}2}=18\,\%$$

$f=4\,Hz$:

$$\frac{\partial g}{\partial f}\cdot\Delta f=59{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^3}$$
$$\frac{\partial g}{\partial y_m}\cdot\Delta y_m=79{,}4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^3}$$
$$\Delta g=\sqrt{59{,}5^2+79{,}4^2}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^3}=99{,}2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^3}$$
$$\frac{\Delta g}{g(4\,;0{,}05)}=\frac{99{,}2}{793{,}8}=12\,\%$$

Selbst bei solchen Fehlern liegen die nach der "U-Formel" berechneten Spannungswerte immer noch "meilenweit" neben den realen Messwerten (siehe die Zusammenstellung in Abschnitt 3.5).

4. Glasstäbe und Glasrohre

4.1 Messwerte und Theorie

Auf seiner Homepage schreibt Dieter Grosch, dass neben dem Glasstab von 8 mm Durchmesser

> "auch noch Glasrohr von 10 mm und 8 mm und der Glasstab von 10 mm neu vermessen [wurden]. Dabei stellte sich heraus, dass bei 10 mm das Glasrohr innerhalb der Fehlergrenze die gleiche Spannung ergibt wie der Stab,[...]
>
> Interessant war aber, dass dieses nicht bei 8 mm festzustellen war.
>
> Deshalb wurde beim liefernden Glasbläser [...] nachgefragt und bestätigt, dass dieser Stab gegenüber den anderen Stücken aus 'Jenaer Geräteglas 20' oder aus 'Natritumsilikatglas' bestehen soll, während die anderen aus 'Rasotherm' bestehen.
>
> Das bedeutet, durch Zufall wurde festgestellt, dass sogar Glassorten unterschieden werden können."

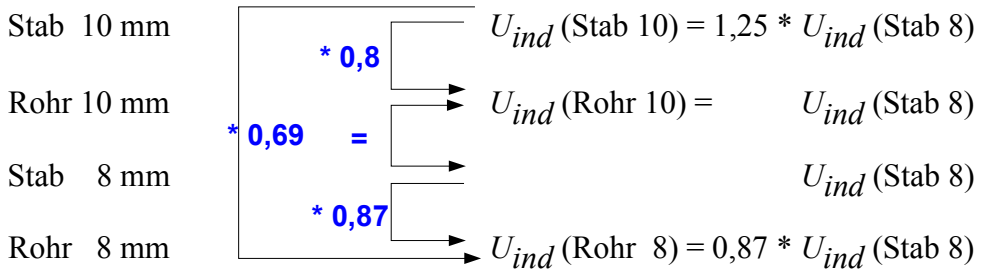
Hier liegt ein Irrtum vor. 1. Sowohl Jenaer Glas 20 als auch Rasotherm sind Borosilikatgläser. Die physikalischen Parameter sind gleich: $\rho = 2{,}26\ \mathrm{g/cm^3}$, $4{,}3 \leq \varepsilon_r \leq 6{,}1$, sodass nicht von "unterschiedlichen Glassorten" gesprochen werden kann. 2. Weiter darf bezweifelt werden, dass ein professioneller Glasbläser die Auskunft gibt, ein Glasstab bestünde "aus Jenaer Glas 20 oder aus Natriumsilikatglas", denn Jenaer Geräteglas 20 ist ein Borosilikatglas - also kein Natriumsilikatglas. Ein Glasbläser kennt die Unterschiede und dürfte wissen, was er seinem Kunden verkauft hat.

Auswertung der vorgelegten Daten: Nachdem in Punkt 3.6 geklärt wurde, dass auch bei den Messungen von Dieter Grosch ein sinusförmiger Bewegungsablauf vorliegt, kann mit dem Dämpfungsfaktor des Hochpasses bei f = 1,6 Hz und der zweiten Ableitung der Geschwindigkeit nach der Zeit $\left(\frac{d^2 v}{d t^2}\right)_{max} = \omega^2 \cdot v_{max} = \omega^3 \cdot y_{max}$ gearbeitet werden.

Aus den angegebenen Werten bei ruhendem Stab U(ruh.) und bei bewegtem Stab U(bew.) werden wieder zunächst die Spannungshübe U_{pp}(ruh.) und U_{pp}(bew.) bestimmt. Diese werden dann auf die Ausgangsseite des Hochpasses zurückgerechnet. Dort wird dann das reine Bewegungssignal durch Differenzbildung bestimmt: $U = U$(bew.) - U(ruh.). Dieses wird schließlich unter Berücksichtigung des Dämpfungsfaktors k(1,6 Hz) = 0,83 auf den Verstärkereingang umgerechnet. So wird erhalten:

	U_{pp} / nV	$\hat{U}$ / µV
Stab 10 mm	461,2 ± 62,2	0,231 ± 0,031
Rohr 10 mm	478,6 ± 78,6	0,239 ± 0,039
Stab 8 mm	373,0 ± 87,2	0,187 ± 0,044
Rohr 8 mm	286,7 ± 59,3	0,143 ± 0,030

Die "U-Formel", die bisher zur Berechnung der theoretischen Werte verwendet wurde, gilt für einen Stab mit 8 mm Durchmesser. Für die verwendeten Stäbe und Rohre ergeben sich nun aber unterschiedliche Volumina. Die Innendurchmesser d_i der Rohre werden hier wie folgt angesetzt: Rohr 10 mm: d_i = 6 mm; Rohr 8 mm: d_i = 4 mm. Das führt zu folgenden Zusammenhängen:



Die theoretischen Werte werden mit folgenden Parametern berechnet:

$$\rho = 2{,}26\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3} \quad ; \quad \varepsilon_r = 5 \quad ;$$

$$f = 1{,}6\,\mathrm{Hz} \quad ; \quad y_{max} = 2{,}5\,\mathrm{cm} \quad ; \quad \left(\frac{d^2 v}{d t^2}\right)_{max} = 25{,}4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^3}$$

Damit ist $U_{ind}(\mathrm{Stab}\,8) = 4{,}49\,\mu\,\mathrm{V}$.

	theoretisch: U_{ind} / µV	experimentell: $\hat{U}$ / µV	$\frac{\hat{U}}{U_{ind}}$
Stab 10 mm	5,61	0,231 ± 0,031	$4{,}11 \cdot 10^{-2}$
Rohr 10 mm	4,49	0,239 ± 0,039	$5{,}32 \cdot 10^{-2}$
Stab 8 mm	4,49	0,187 ± 0,044	$4{,}16 \cdot 10^{-2}$
Rohr 8 mm	3,89	0,143 ± 0,030	$3{,}68 \cdot 10^{-2}$

Wie immer ist festzustellen: *Die von der Theorie vorausgesagten Werte lassen sich experimentell nicht bestätigen.*

Da somit die Theorie falsifiziert wurde, ist die Frage, ob eventuell "unterschiedliche Glassorten" vorgelegen haben, völlig bedeutungslos.

4.2 Wahre Ursache der Spannungsentstehung

In Teil E (Klassische Erklärung der gemessenen Spannungen) wurde am Beispiel der Holz- und Glasstäbe gezeigt, dass das reine Bewegungs-Grundsignal bei Bewegung der nicht-metallischen Stäbe durch kapazitive Ausgleichsvorgänge im Eingangskreis verursacht wird. Die dort vorgenommene abschätzende Berechnung ergab Spannungen in der Größenordnung von 0,2 µV. Die experimentellen Spannungswerte bei den neu verwendeten Glasstäben und -Rohren entsprechen dieser Größe, was darauf schließen lässt, dass auch hier wieder die registrierten Spannungen durch kapazitive Ausgleichsvorgänge hervorgerufen werden.

Hierzu soll nun noch eine genauere Untersuchung durchgeführt werden, um auch kleinere Unterschiede zu erfassen.

Die wesentlichen Punkte sind:

- Die Unterschiede in den Abmessungen und Radien der Stäbe bestimmen zunächst einmal

die Kapazitäten im Eingangskreis des Verstärkers.

- Die Kapazitäten bestimmen weiter die Ausgleichsvorgänge und Spannungsentstehung im Eingangskreis bei Stabbewegung (siehe Teil E).

Die Modellierung der Kapazitäten im Eingangskreis kann bereits mit einem ganz einfachen Ansatz erfolgen:

1. a) Der vertikal gehaltenene Stab verhält sich im Wesentlichen wie ein vertikal angeordneter Zylinderleiter mit Durchmesser d, Länge l in Höhe h über einer ebenen Fläche. Für dessen Kapazität gilt:

$$C_{S,E}=\frac{2\pi\varepsilon_0\cdot l}{\ln\left(\frac{2l}{d}\sqrt{\frac{4h+l}{4h+3l}}\right)}$$

(siehe z.B. Küpfmüller: Theoretische Elektrotechnik. Springer)

b) Beim Stab steht die kreisförmige Querschnittsfläche $A_{Stab}=\pi r^2$ der Ebene gegenüber, bei einem Rohr mit gleichem Außenradius $r_a=\frac{d}{2}$ und Innenradius r_i nur die Kreisringfläche:

$$A_{Rohr}=\pi\left(r_a^2-r_i^2\right)=\pi r_a^2\left(1-\left(\frac{r_i}{r_a}\right)^2\right)=A_{Stab}\cdot\left(1-\left(\frac{r_i}{r_a}\right)^2\right).$$

Damit ergibt sich als einfache Näherung:

$$C_{R,E}=C_{S,E}\cdot\frac{A_{Rohr}}{A_{Stab}}.$$

2. Der in der Spule befindliche Stab- bzw. Rohrteil bildet mit der Spulenwicklung einen Zylinderkondensator:

$$C_Z=\frac{2\pi\varepsilon_0\cdot l_{Sp}}{\ln\left(\frac{r_{Sp}}{r_a}\right)}.$$

Im Ersatzschaltbild des Eingangskreises liegen $C_{S,E}$ und C_Z in Reihe.

3. Zur Berücksichtigung des Spulenäußeren kann pauschal eine Streukapazität C_{Streu} eingeführt werden.

4. Der Verstärker weist eine Eingangskapazität C_E auf. Diese liegt in Reihe mit der Streukapazität C_{Streu}.

Die Reihe aus C_{Streu} und C_E liegt parallel zur Reihe aus $C_{S,E}$ und C_Z. Damit ergibt sich als einfache Ersatzkapazität im Eingangskreis:

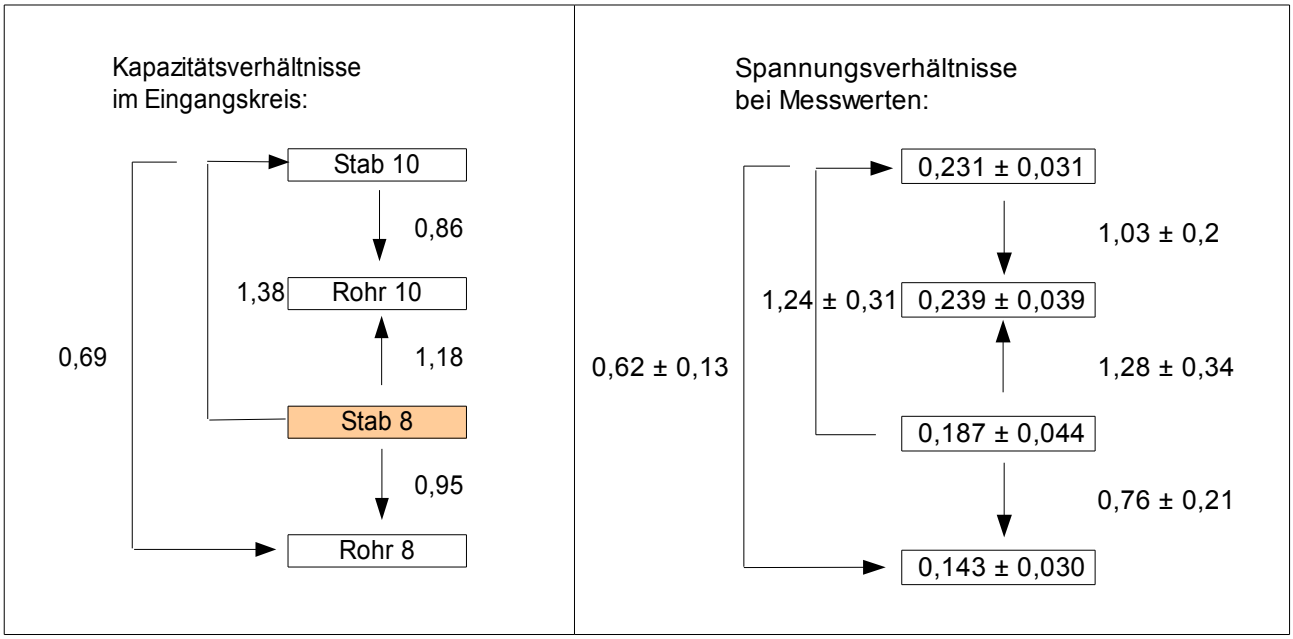
$$C=\frac{1}{\frac{1}{C_{S,E}}+\frac{1}{C_Z}}+\frac{1}{\frac{1}{C_{Streu}}+\frac{1}{C_E}}=\frac{C_{S,E}C_Z}{C_{S,E}+C_Z}+\frac{C_{Streu}C_E}{C_{Streu}+C_E}.$$

Für den Parametersatz:

r_Sp =	6,00E-003 m
l_Sp =	0,02 m
h =	0,01 m
L_St =	0,5 m
C_Streu =	2 pF
C_E =	6 pF

	r_a / m	r_i / m
Stab 10	5,00E-003	0
Rohr 10	5,00E-003	3,00E-003
Stab 8	4,00E-003	0
Rohr 8	4,00E-003	2,00E-003

ergeben sich folgende Kapazitätsverhältnisse im Eingangskreis, die den Spannungsverhältnissen der Messwerte gegenübergestellt werden können:



Die Spannungsverhältnisse stimmen im Rahmen der Fehlergrenze mit den Kapazitätsverhältnissen überein.

Dies stützt die Vermutung, dass *das reine Bewegungs-Grundsignal bei Bewegung der Glasstäbe und -Rohre durch kapazitive Ausgleichsvorgänge im Eingangskreis verursacht wird.*

Die bloße Tatsache, dass bei Bewegung der Glasstäbe und -Rohre eine Spannung auftritt, ist daher kein zwingender Hinweis auf die "Ladungsentstehung bei Bewegung", sondern lässt sich rein klassisch-physikalisch erklären.

5. Offset-Spannung des Verstärkers

Am 22.07.2014 verkündete Dieter Grosch in dsp:

> "Noch einmal zum nachdenken, den Hochpass habe ich nicht wegen dieser Funktion eingefügt, sondern zur Unterdrückung der Offsetspannung von 10-25 myV des INA 114, die größer als das Messsignal ist, was Du mit Deinem Oszi immer misst. und deshalb kein Wirksignal feststellen kannst. Da nützt auch ein Tiefpass nichts, denn der sperrt diese nicht, Der Kondensator lässt also nur die Änderungen, die angelegte Spannung durch. Lerne erst einmal die Experimentierkunst!"

Ein Gleichspannungs-Offset muss nicht notwendig unterdrückt werden, denn das Nutzsignal ist dem Offset überlagert: $U(t)=U_0+U_{Signal}(t)$. Wird aus den gemessenen Spannungsmaxima und

-Minima der Spannungshub bestimmt, so hebt sich der Offset heraus:

$$U_{pp} = U_{max} - U_{min} = U_0 + U_{Signal,max} - \left(U_0 + U_{Signal,min}\right) = U_{Signal,max} - U_{Signal,min} \,.$$

(Da ich mit einem Oszilloskop gearbeitet habe, das die Wahl zwischen einer DC- und einer AC-Eingangskopplung erlaubt, kann ich mit der AC-Kopplung den Gleichspannungs-Offset unterdrücken.)

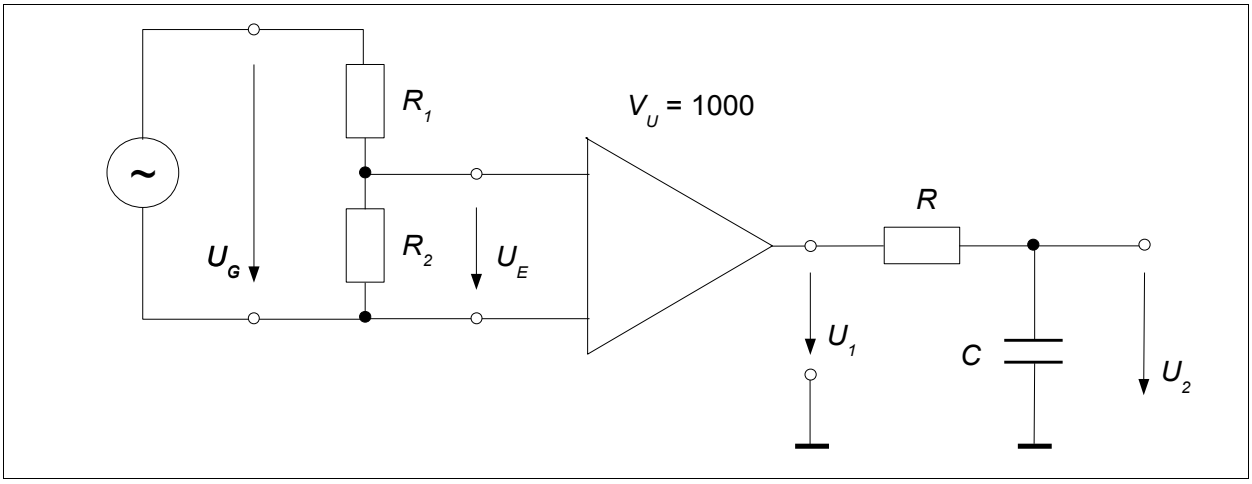
Die Notwendigkeit eines Tiefpasses hat er immer noch nicht eingesehen, obwohl seit 2012 entsprechende Untersuchungen von mir vorliegen. Neuerdings bestreitet er sogar, dass das Nutzsignal bei den Messungen ein Wechselsignal ist.

Diesen Punkten soll hier noch einmal mit Testmessungen in meinem Aufbau sowie Messungen bei der Bewegung des Messingstabes nachgegangen werden.

5.1 Testmessungen

Aufbau:

In dem auf Seite 5 dargestellten Versuchsaufbau wurde die Spule entfernt, und dafür ein Spannungsteiler angeschlossen. Im Ausgang wurde der mehrfach beschriebene Tiefpass eingefügt.



Einstellungen:

Funktionsgenerator:	Spannungsteiler:	Tiefpass:
sinusförmige Spannung	R_1 = 10 kΩ (bzw. 1 MΩ)	R = 1 kΩ
f = 20 Hz	R_2 = 100 Ω	C = 22 µF
U_G = 405 mV_{pp}	U_E = 4 mV_{pp} (bzw. 40 μV_{pp})	k (20 Hz) = U_1/U_2 = 0,34

Messungen:

a) Einstellen und Testen der Spannungsverstärkung (bei R_1 = 10 kΩ) :

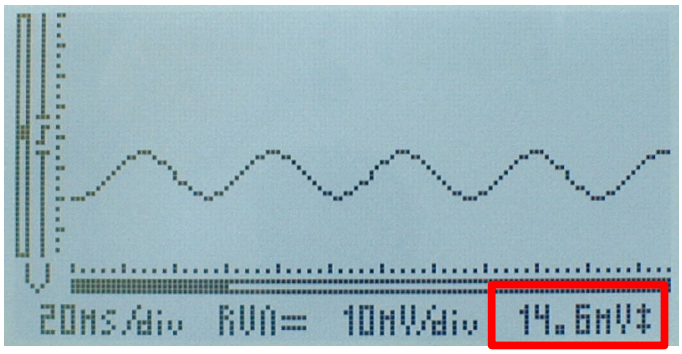
U_1 = 4,019 V_{pp} $\qquad$ U_2 = 1,433 V_{pp} $\qquad$ $U_2/U_1 = 0{,}35$

b) Ausgangsspannungen bei R_1 = 1 MΩ :

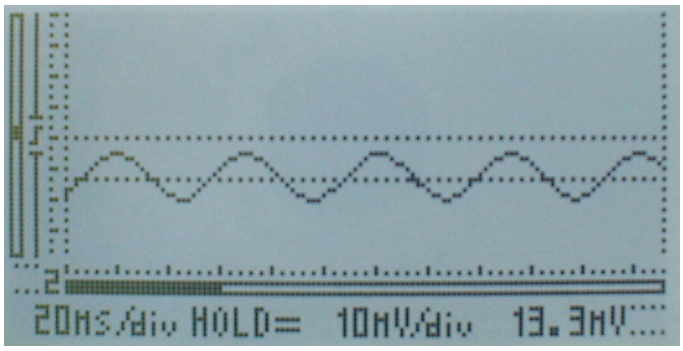
U_1 = 42,5 mV_{pp} $\qquad$ U_2 = 14,6 mV_{pp} $\qquad$ $U_2/U_1 = 0{,}34$

Oszillogramme:

- U_2 bei Eingangskopplung DC:

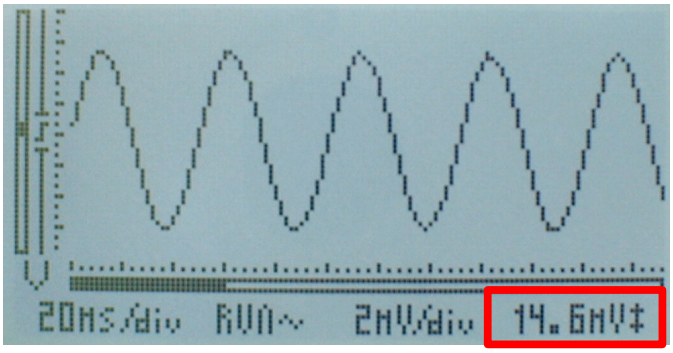


Unabhängig vom Offset wird die Spannung 14,6 mV_{pp} richtig angezeigt.

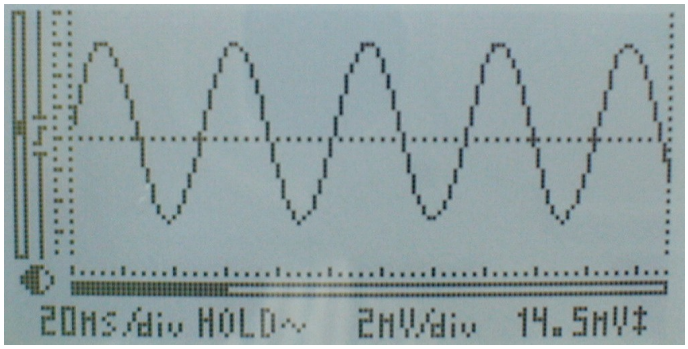


Es ist eine Offset-Spannung von etwa -13 mV erkennbar.
Das Nutzsignal ist diesem Offset überlagert und klar zu erkennen.

- U_2 bei Eingangskopplung AC:



Die Offsetspannung ist unterdrückt, das Nutzsignal wird richtig angezeigt.



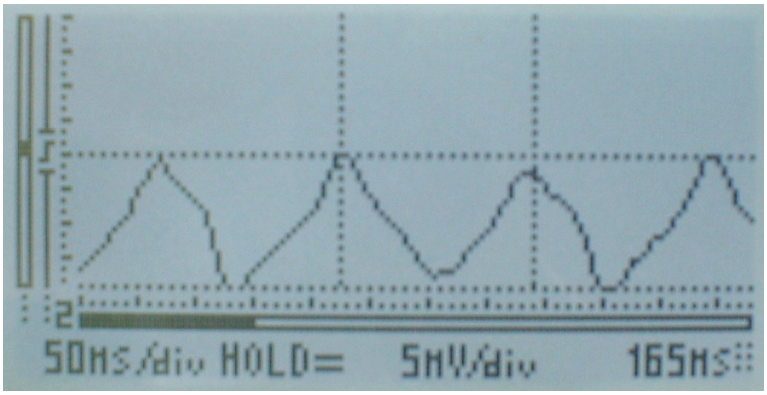
Der Signalverlauf ist symmetrisch zur Null-Linie.

5.2 Messungen bei Stabbewegung in der Spule

Der eingangsseitige Spannungsteiler wurde entfernt und wieder die Spule angeschlossen. Bei den im Folgenden dargestellten Verläufen wurde der Messingstab (8 mm) in der Spule in der üblichen Weise periodisch auf und ab bewegt.

Spannungsverläufe hinter dem Tiefpass (U_2):

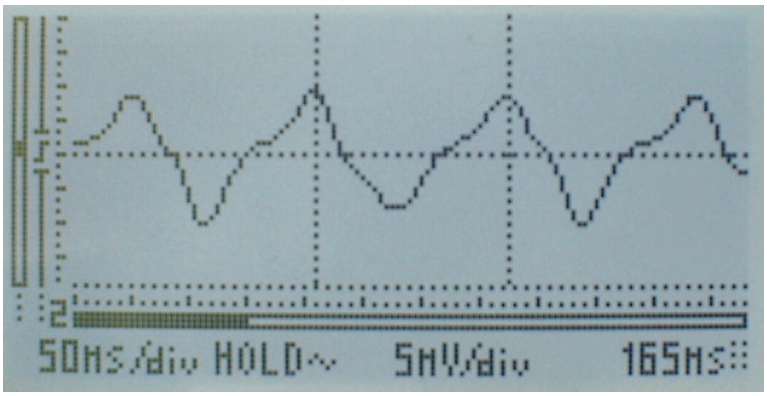
- U_2 bei Eingangskopplung DC:



Das Nutzsignal ist dem Offset überlagert und klar zu erkennen.

$$U_{pp} \approx 20\,\text{mV}$$

- U_2 bei Eingangskopplung AC:



$$U_{pp} \approx 20\,\text{mV}$$

Die Offsetspannung ist unterdrückt, der Signalverlauf ist symmetrisch zur Null-Linie.

Ergänzung:

Der Tiefpass ist nötig, da dem Nutzsignal Störsignale von außen überlagert sind, die zu höheren Messwerten führen, als erwartet werden. Die hauptsächlichen Störsignale sind netzfrequent. Der Dämpfungsfaktor $k(f)=\frac{U_2}{U_1}$ des Tiefpasses beträgt dafür

$$k(50\,\text{Hz})=\frac{1}{\sqrt{1+\left(2\pi\cdot 50\,\text{Hz}\cdot 1\cdot 10^3\,\Omega\cdot 22\cdot 10^{-6}\,\text{F}\right)^2}}=0{,}143\ .$$

Die Stabbewegung erfolgte mit etwa $T\approx 160\,\text{ms}$, also $f\approx 6{,}25\,\text{Hz}$, was einen Dämpfungsfaktor

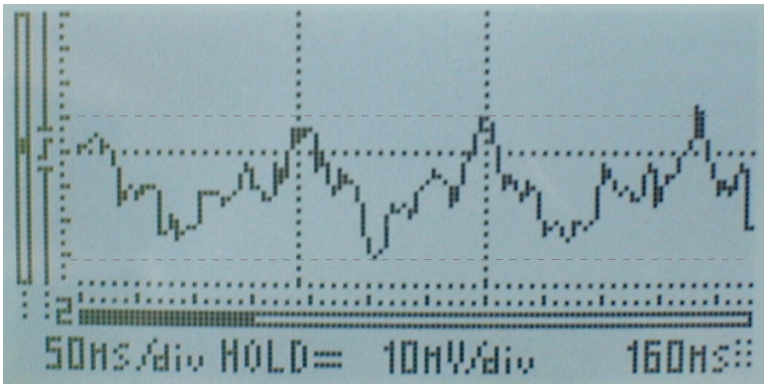
$$k(6{,}25\,\mathrm{Hz}) = \frac{1}{\sqrt{1+\left(2\pi\cdot 6{,}25\,\mathrm{Hz}\cdot 1\cdot 10^{3}\,\Omega\cdot 22\cdot 10^{-6}\,\mathrm{F}\right)^{2}}} = 0{,}76$$

ergibt. Der Spannungshub hinter dem Tiefpass betrug etwa $U_{pp,2} \approx 20\,\mathrm{mV}$. Wenn es keine äußeren Störsignale gäbe, dann wäre der Spannungshub vor dem Tiefpass

$$U_{pp,1} \approx \frac{U_{pp,2}}{k(6{,}25\,\mathrm{Hz})} \approx \frac{20\,\mathrm{mV}}{0{,}76} \approx 26\,\mathrm{mV}\,.$$

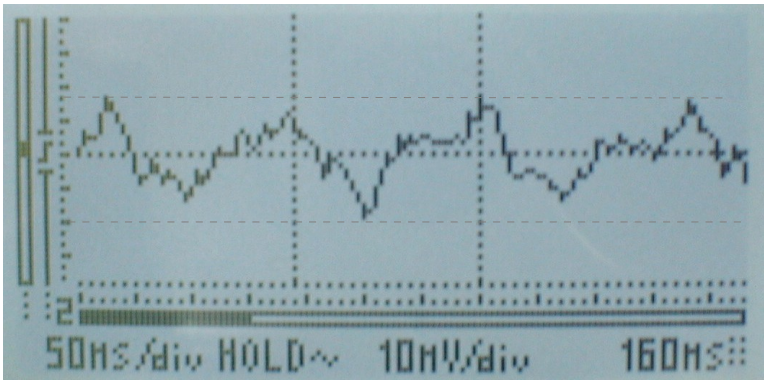
Die Spannungsverläufe vor dem Tiefpass zeigen deutlich, dass die Störsignale zu höheren Werten führen:

- U_1 bei Eingangskopplung DC:



$$U_{pp} \approx 40\,\mathrm{mV}$$

- U_1 bei Eingangskopplung AC:



$$U_{pp} \approx 40\,\mathrm{mV}$$

Zusammengefasst haben die Untersuchungen gezeigt:

- Das Nutzsignal ist (natürlich) ein Wechselsignal.
- Ein Hochpass zur Unterdrückung der Offsetspannung des Verstärkers ist nicht nötig, wenn eine AC-Kopplung des Messgerätes gewählt wird.
- Der Tiefpass zum Filtern höherfrequenter äußerer Störsignale ist unverzichtbar.

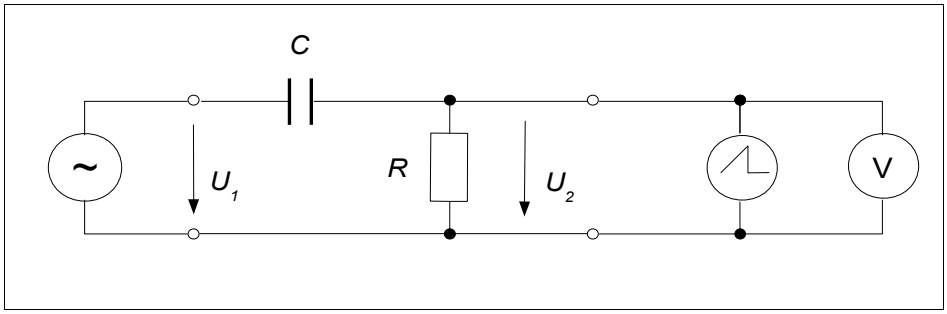
6. Messungen am Hochpass mit dem AGILENT U1252B

In dsp schrieb Dieter Grosch am 02.02.2015:

> "die am Ausgang des INA anliegende Spannung sollte aus höherfrequenten Signalen, wie Schrotrauschen und Netzankopplung bestehen, also alles Frequenzen über 50 Hz, mein Messgerät verfügt aber über eine Maxima- Minima-Speicherung um Schaltvorhänge zu untersuchen, die dann diese, während einer Zeitspanne aufgetretenen, misst, die durch einen "PIP" angezeigt werden. Durch den Kondensator wird zunächst die Offset-DC unterdrückt, in dem danach nur noch AC vorhanden ist. Und diese kann man nach der Frequenz mit dieser Speicherung trennen, denn der Vorgang speichert nur Extremwerte unter etwa 5 Hz (Quasi-DC), also im Bereich in dem die Handbewegung liegt. Die Netzstörung und Schrotrauschen liegen wesentlich darüber. Also werden nur durch die Handbewegung erzeugte Änderungen der Amplitude registriert."

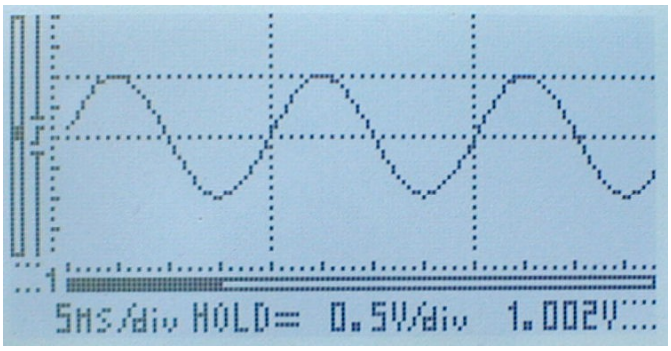
Um dies zu überprüfen, wurde folgender Aufbau verwendet:

- Mit einem Funktionsgenerator wurde eine sinusförmige Wechselspannung U_1 erzeugt.
- Diese Wechselspannung wurde als Eingangsspannung auf einen Hochpass mit $C = 22\,\mu F$ und $R = 10\,\mathrm{k}\Omega$ gegeben (Grenzfrequenz: 0,723 Hz), der dem von Dieter Grosch verwendeten Hochpass entspricht.
- Die Ausgangsspannung U_2 wurde zum einen oszillographisch untersucht, und zum anderen mit dem von Dieter Grosch verwendeten Digitalmultimeter Agilent U1252B gemäß seinen Angaben vermessen: MAX/MIN-Aufzeichnung in DC-Einstellung des Gerätes.



6.1 Netzfrequentes Signal

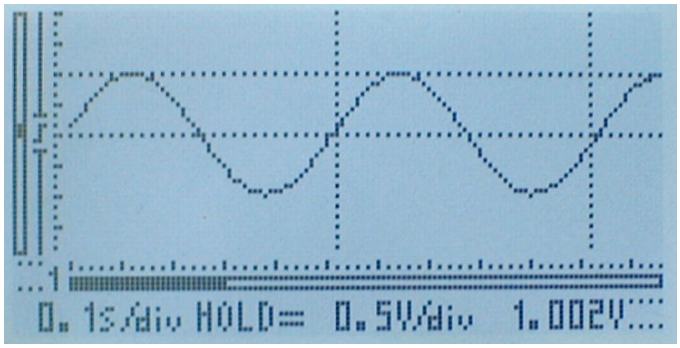
Mit dem Funktionsgenerator wurde ein Signal mit f = 50 Hz und Scheitelspannung $U_{1,max} \approx 1{,}0\,\mathrm{V}$ erzeugt. Die folgende Abbildung zeigt den zeitlichen Verlauf der am Ausgang des Hochpasses zu messenden Spannung U_2:



Das Multimeter zeigte bei DC-Einstellung erwartungsgemäß näherungsweise Null:

6.2 Niederfrequentes Signal

Für seine Stabbewegung hatte Dieter Grosch eine Frequenz von etwa 1,6 Hz angegeben. Um das dabei entstehende Nutz-Signal nachzubilden, wurde jetzt mit dem Funktionsgenerator ein Signal mit $f = 2$ Hz und Scheitelspannung $U_{1,max} \approx 1{,}0$ V erzeugt. Die folgende Abbildung zeigt den zeitlichen Verlauf der am Ausgang des Hochpasses zu messenden Spannung U_2:



Am Multimeter wurde die MAX/MIN-Aufzeichnung gestartet. Während einer Messzeit von mindestens einer halben Minute wurden Maximal- und Minimalwerte aufgezeichnet. Diese Messung wurde zehnmal wiederholt.

Ergebnis: Die angezeigten Maximalwerte lagen bei etwa 0,6 V, die Minimalwerte bei etwa -0,6 V. Die folgenden Abbildungen zeigen Beispiele solcher Messungen.

Es ist nicht zu übersehen:

Die Amplitude des Nutzsignals wird vom Multimeter Agilent U1252B in DC-Einstellung mit der MAX/MIN-Aufzeichnung nicht erfasst.

Es handelt sich bei der Anzeige *auch nicht um den Effektivwert der Spannung*. Bei rein sinusförmigen Verlauf $U(t)=U_{max}\cdot\sin(\omega t)$ gilt bekanntlich $U_{eff}=\frac{U_{max}}{\sqrt{2}}$. Im vorliegenden Fall ist $U_{eff}=\frac{1{,}0\,\mathrm{V}}{\sqrt{2}}=0{,}707\,\mathrm{V}$, was das Multimeter aber nicht anzeigt. Weitere Messungen (über jeweils 20 Sekunden) zeigen, dass mit zunehmender Frequenz die Anzeige des Multimeters in DC-Einstellung immer stärker von der Amplitude und dem Effektivwert der sinusförmigen Spannung abweicht:

f / Hz	MAX / V	MIN / V	$U_{max}=(\mathrm{MAX}-\mathrm{MIN})/2$
2	0,6085	-0,6072	0,6078
3	0,4390	-0,4386	0,4388
4	0,3305	-0,3302	0,3303
5	0,2516	-0,2513	0,2515
6	0,1989	-0,1987	0,1988
7	0,1567	-0,1566	0,1567
8	0,1223	-0,1222	0,1223
9	0,0969	-0,0967	0,0980

10	0,0747	-0,0746	0,0747
15	0,0175	-0,0174	0,0175
20	0,0022	-0,0021	0

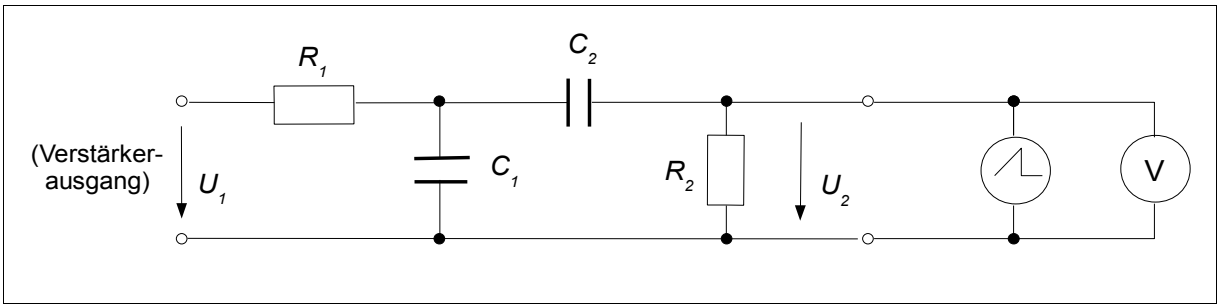
Dass weder Amplitude noch Effektivwert erfasst werden, lässt sich aus der Arbeitsweise des Multimeters in DC-Einstellung verstehen. In DC-Einstellung ist die Messrate 7 Abtastungen pro Sekunde (siehe Handbuch, Abschnitt Betriebsspezifikationen/Messrate, Tabelle 7.5, S.156).

- Bei dem netzfrequenten Störsignal ist $f = 50$ Hz, also die Periodendauer $T = 20$ ms. Das bedeutet: auf eine Periode entfallen im Mittel 0,14 Abtastungen. Das in 6.1 abgebildete Oszillogramm zeigt knapp 3 Perioden, auf die demnach rechnerisch 0,42 Abtastungen entfallen.
- Bei dem Nutzsignal ist $f = 2$ Hz, also die Periodendauer $T = 0{,}5$ s. Das bedeutet: auf eine Periode entfallen im Mittel 3,5 Abtastungen. Das in 6.2 abgebildete Oszillogramm zeigt 2 volle Perioden, auf die demnach 7 Abtastungen entfallen.

6.3 Messungen am Versuchsaufbau

6.3.1 Tiefpass und Hochpass kombiniert

Um die Messungen mit Oszilloskop und Multimeter direkt am Versuchsaufbau durchführen und vergleichen zu können, wurde nach dem Tiefpass $(R_1 = 1\,\mathrm{k}\Omega, C_1 = 22\,\mu F)$ noch ein Hochpass mit $R_2 = 10\,\mathrm{k}\Omega, C_2 = 22\,\mu F$ eingefügt:



Der Tiefpass filtert in gewohnter Weise netz- und höherfrequente Störsignale, und der Hochpass unterdrückt für das Multimeter die Offsetspannung des Verstärkers.

Bei der Messung wurde der Messingstab ($d = 8$ mm) verwendet. Während eines Messzeitintervalls von jeweils 10 Sekunden wurde der Stab mit der Frequenz $f \approx 2\,\mathrm{Hz}$ und der Amplitude $y_{max} \approx 5\,\mathrm{cm}$ auf und ab bewegt. Am Oszilloskop wurden mit Spannungsmarkern Maximal- und Minimalwert der Spannung bestimmt, das Multimeter wurde in DC-Einstellung und Datenaufzeichnungsmodus betrieben, und ebenfalls Maximal- und Minimalwert bestimmt. Die Messung wurde zehnmal wiederholt. Die folgende Tabelle gibt die Messwerte wieder.

Oszilloskop			Multimeter U1252B		
U_{max} / mV	U_{min} / mV	U_{pp} / mV	U_{max} / mV	U_{min} / mV	U_{pp} / mV
2,3	-3,3	5,6	1,788	-1,825	3,613

2,4	-2,6	5,0	1,998	-1,902	3,900
2,3	0,0	4,8	1,353	-1,644	2,977
3,3	-2,7	6,0	1,867	-1,725	3,592
2,5	-3,0	5,5	2,050	-2,187	4,237
2,3	-2,6	4,9	1,498	-1,490	2,980
3,3	-3,0	6,3	2,133	-2,095	4,228
3,5	-2,8	6,3	2,138	-1,935	4,073
2,8	-3,0	5,8	2,126	-2,494	4,620
2,5	-3,0	5,5	1,963	-1,640	3,603

* Mittelwerte der Spannungshübe bei bewegtem Stab:

Oszilloskop: $\overline{U_{pp}} = (5{,}57 \pm 0{,}52)\,\mathrm{mV_{pp}} = 5{,}57 \cdot \left(1 \pm 9{,}34 \cdot 10^{-2}\right)\mathrm{mV_{pp}}$

Multimeter U1252B: $\overline{U_{pp}} = (3{,}782 \pm 0{,}51)\,\mathrm{mV_{pp}} = 3{,}782 \cdot \left(1 \pm 13{,}48 \cdot 10^{-2}\right)\mathrm{mV_{pp}}$

* Messung des Ruhesignals: mit ruhendem Messingstab in der Spule:

Messreihe mit 10 Einzelmessungen über je 10 Sekunden

Oszilloskop: $\overline{U_{pp}} = (0{,}61 \pm 0{,}16)\,\mathrm{mV_{pp}}$

Multimeter U1252B: $\overline{U_{pp}} = (0{,}244 \pm 0{,}066)\,\mathrm{mV_{pp}}$

* Bestimmung des Nutzsignals aus der Differenz:

Oszilloskop: $\Delta U = U_{pp}(\text{bew.}) - U_{pp}(\text{ruh.}) = (4{,}96 \pm 0{,}54)\,\mathrm{mV_{pp}}$

Amplitude: $U_{max} = \Delta U / 2 = (2{,}48 \pm 0{,}27)\,\mathrm{mV}$

Multimeter: $\Delta U = U_{pp}(\text{bew.}) - U_{pp}(\text{ruh.}) = (3{,}538 \pm 0{,}514)\,\mathrm{mV_{pp}}$

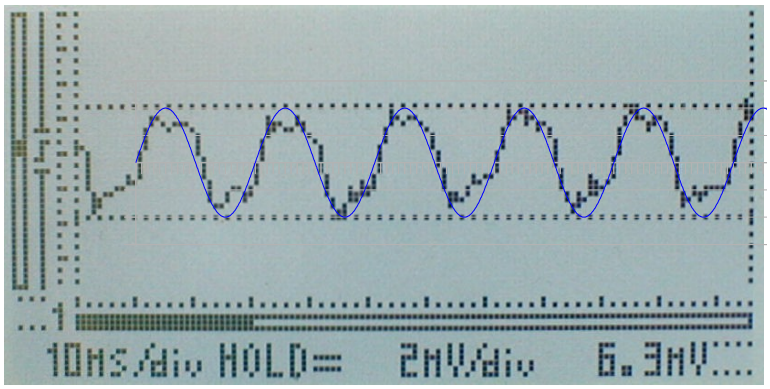
Amplitude: $U_{max} = \Delta U / 2 = (1{,}769 \pm 0{,}257)\,\mathrm{mV}$

Es ist auch bei diesen Messungen zu erkennen: ***Die Messung mit dem Multimeter in DC-Einstellung ergibt nicht die Amplituden.***

6.3.2 Hochpass allein

Am Verstärkerausgang wurde lediglich der Hochpass angebracht.

Erste Messreihe: ruhender Messingstab in der Spule. Die Abbildung zeigt das Ruhesignal, das im Wesentlichen eine netzfrequente Störung darstellt, der noch höherfrequente Anteile mit deutlich geringeren Amplituden überlagert sind:



Während eines Messzeitintervalls von jeweils 10 Sekunden wurde die Spannung mit Oszilloskop und Multimeter untersucht. Am Oszilloskop wurde mit Spannungsmarkern der Spannungshub bestimmt, das Multimeter wurde in DC-Einstellung und Datenaufzeichnungsmodus betrieben, Maximal- und Minimalwert erfasst, und daraus der Spannungshub bestimmt. Die Messung wurde zehnmal wiederholt. Die folgende Tabelle gibt die Messwerte wieder.

Oszilloskop	Multimeter U1252B		
$U_{pp}(r)$ / mV_{pp}	U_{max} / mV	U_{min} / mV	$U_{pp}(r)$ / mV_{pp}
4,3	0,136	-0,149	0,285
4,3	0,099	-0,141	0,240
6,7	0,106	-0,132	0,238
5,3	0,184	-0,118	0,316
5,6	0,094	-0,121	0,215
5,0	0,145	-0,132	0,277
5,0	0,108	-0,111	0,219
5,6	0,145	-0,133	0,278
6,0	0,130	-0,141	0,271
6,3	0,147	-0,137	0,284

Mittelwerte:

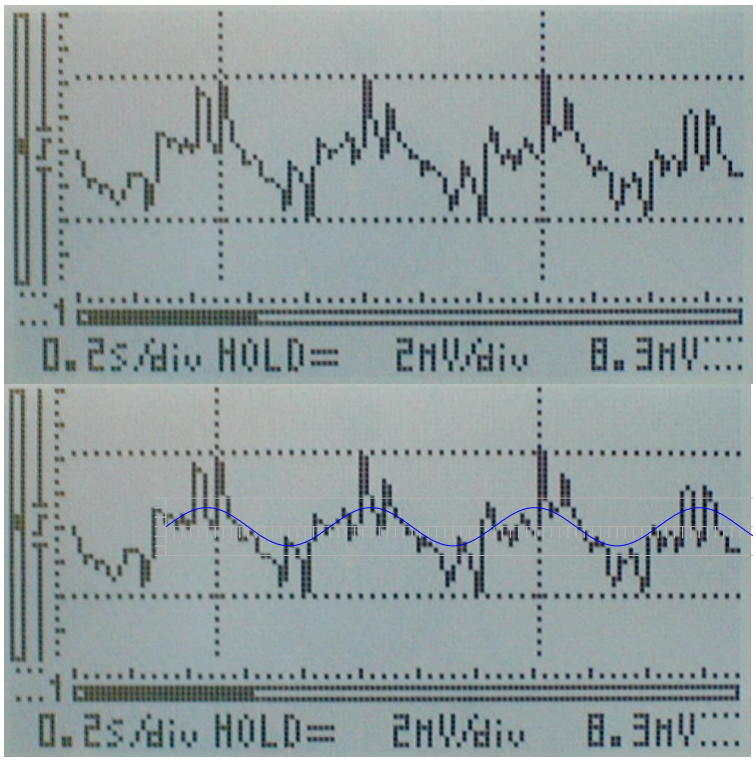
Oszilloskop:
$\overline{U_{pp}}(r) = (5{,}41 \pm 0{,}75)\,\mathrm{mV_{pp}}$

Multimeter:
$\overline{U_{pp}}(r) = (0{,}262 \pm 0{,}031)\,\mathrm{mV_{pp}}$

Das Multimeter erfasst die netz- und höherfrequenten Ruhesignale nicht richtig, wie nach der Untersuchung am Ende des Abschnitts 6.2 zu erwarten war. Dies lässt sich aus der bereits erwähnten Arbeitsweise des Multimeters in DC-Einstellung (Messrate 7 Abtastungen pro Sekunde) verstehen. Bei dem netzfrequenten Störsignal ist $f = 50$ Hz, also die Periodendauer $T = 20$ ms. Das bedeutet: auf eine Periode entfallen im Mittel 0,14 Abtastungen. Das oben abgebildete Oszillogramm zeigt 5 Perioden, auf die demnach rechnerisch 0,7 Abtastungen entfallen.

Fazit: ***Aufgrund der niedrigen Messrate kann das Multimeter in DC-Einstellung ein netzfrequentes Signal überhaupt nicht richtig erfassen.***

Zweite Messreihe: Während eines Messzeitintervalls von jeweils 10 Sekunden wurde der Stab mit $f \approx 2\,\mathrm{Hz}$ auf und ab bewegt. Wie im Teil "E: Klassische Erklärung der gemessenen Spannungen" gezeigt wurde, ist der Eingangskreis des Verstärkers als Schwingkreis zu beschreiben. Bei der periodischen Bewegung des Stabes in der Spule mit der Frequenz f_H werden nun unvermeidlich die kapazitiven Verhältnisse verändert, da durch diesen Eingriff von außen die kapazitiven Kopplungen mit der Umgebung verändert werden. Die periodische Veränderung der Kapazität bedingt dann natürlich eine periodische Veränderung der Strom- und Spannungsverhältnisse im Schwingkreis. Insbesondere wird sich auch die Spannung am Kondensator mit der Frequenz f_H periodisch ändern. Dies führt zu einem grundsätzlich sinusförmigen Spannungsverlauf mit 2 Hz. Die Abbildung zeigt, wie diesem Bewegungssignal das netz- und höherfrequente Ruhesignal überlagert ist:



Es ist bereits zu erkennen, dass für das Bewegungssignal etwa $U_{pp} \approx 2\,\mathrm{mV}$, $U_{max} \approx 1\,\mathrm{mV}$ ist. Das entspricht der Größenordnung der Spannungsschwankungen, die durch die Änderung der kapazitiven Verhältnisse bei Stabbewegung im Eingangskreis hervorgerufen werden. (Im Abschnitt 6.4 wird dazu noch eine genauere Auswertung vorgenommen und mit der Voraussage der Grosch'schen "U-Formel" verglichen.)

Am Oszilloskop wurde mit Spannungsmarkern der Spannungshub bestimmt, das Multimeter wurde in DC-Einstellung und Datenaufzeichnungsmodus betrieben, Maximal- und Minimalwert erfasst, und daraus der Spannungshub bestimmt. Die Messung wurde zehnmal wiederholt. Die folgende Tabelle gibt die Messwerte wieder.

Oszilloskop	Multimeter U1252B		
$U_{pp}(b)$ / mV_{pp}	U_{max} / mV	U_{min} / mV	$U_{pp}(b)$ / mV_{pp}
6,3	1,649	-1,376	3,025
7,0	1,785	-1,279	3,064
8,0	1,709	-1,615	3,324
6,3	1,663	-1,203	2,866
6,0	1,520	-1,202	2,722
6,3	1,405	-1,346	2,751
6,7	1,686	-1,236	2,922
7,3	1,841	-1,456	3,297
7,7	1,770	-1,453	3,223
6,7	1,824	-1,412	3,236

Mittelwerte:

Oszilloskop:

$$\overline{U_{pp}}(b)=(6{,}83\pm0{,}63)\,\mathrm{mV_{pp}}$$

Multimeter:

$$\overline{U_{pp}}(b)=(3{,}043\pm0{,}212)\,\mathrm{mV_{pp}}$$

Das Multimeter erfasst den Spannungshub bei Stabbewegung nicht richtig, und damit auch nicht die Amplitude.

Auch dies lässt sich wieder aus der Arbeitsweise des Multimeters in DC-Einstellung (Messrate 7 Abtastungen pro Sekunde) verstehen. Bei dem Nutzsignal ist $f = 2$ Hz, also die Periodendauer $T =$ 0,5 s. Das bedeutet: auf eine Periode entfallen im Mittel 3,5 Abtastungen. Das oben abgebildete Oszillogramm zeigt 3 volle Perioden, auf die demnach rechnerisch 10,5 Abtastungen entfallen.

Fazit: ***Aufgrund der niedrigen Messrate kann das Multimeter in DC-Einstellung auch ein niederfrequentes Signal von 2 Hz nicht richtig erfassen.***

Bestimmung des Nutzsignals:

Oszilloskop	Multimeter
$\Delta U=\overline{U_{pp}}(b)-\overline{U_{pp}}(r)=(1{,}42\pm0{,}98)\,\mathrm{mV_{pp}}$	$\Delta U=\overline{U_{pp}}(b)-\overline{U_{pp}}(r)=(2{,}781\pm0{,}214)\,\mathrm{mV_{pp}}$

Da das Multimeter das Bewegungs- und das Ruhesignal nicht richtig erfasst, ergibt sich aus diesen falschen Werten natürlich nicht das richtige Nutzsignal.

Anmerkungen:

1. Durch diese Untersuchung lässt sich nun auch verstehen, warum Dieter Grosch stets von einem "Nutzsignal, das größer als das Ruhesignal ist" gesprochen hat, denn die Messung mit dem Multimeter liefert:

Ruhesignal: $\overline{U_{pp}}(r)=(0{,}262\pm 0{,}031)\,\mathrm{mV_{pp}}$

Bewegungssignal: $\overline{U_{pp}}(b)=(3{,}043\pm 0{,}212)\,\mathrm{mV_{pp}}$

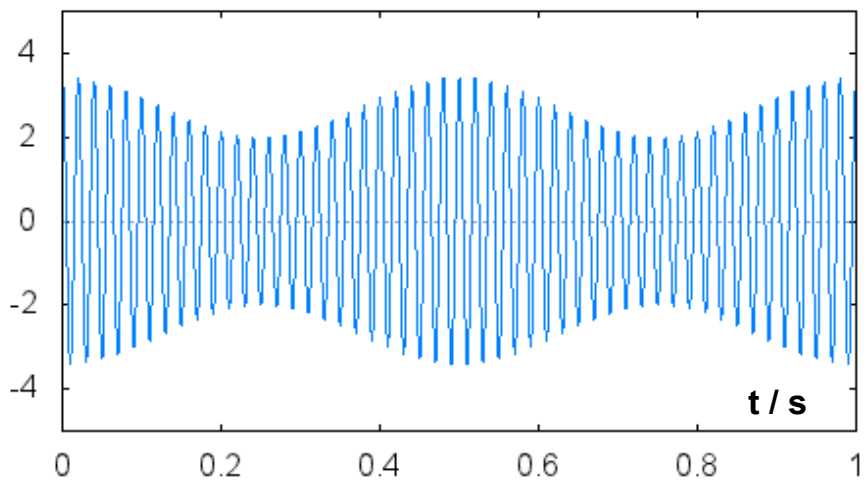
Nutzsignal: $\Delta U=\overline{U_{pp}}(b)-\overline{U_{pp}}(r)=(2{,}781\pm 0{,}214)\,\mathrm{mV_{pp}}$

Dies entspricht aber (wie gezeigt) nicht der Realität. Der falsche Eindruck beruht einfach darauf, dass das Multimeter für die beabsichtigte Messung völlig ungeeignet ist.

2. Das Bewegungssignal $U_{pp}(b)$ wurde von Dieter Grosch als "amplitudenmoduliertes Signal" bezeichnet, was aber sachlich falsch ist. Ein AM-Signal beruht auf einer multiplikativen Verknüpfung von niederfrequentem Modulationssignal und hochfrequentem Trägersignal. Beispiel unter Verwendung der oszillographisch bestimmten Messwerte:

$$U_{max}(r)=2{,}71\,\mathrm{mV},\ U_{max}(b)=3{,}415\,\mathrm{mV},\ U_{max}=U_{max}(b)-U_{max}(r)=0{,}71\,\mathrm{mV}:$$

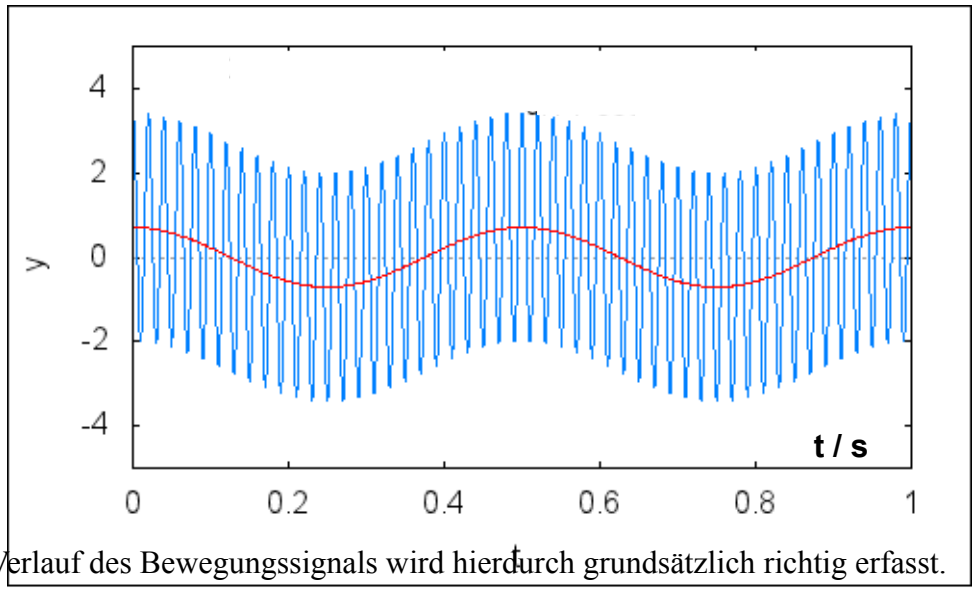
$$u_{AM}(t)=(2{,}71+0{,}71\cdot\cos(2\pi\cdot 2\,\mathrm{Hz}\cdot t))\cdot\cos(2\pi\cdot 50\,\mathrm{Hz}\cdot t)\,\mathrm{mV}$$



Der Verlauf entspricht erkennbar nicht dem realen Verlauf des Bewegungssignals, wie es in obigem Oszillogramm dargestellt ist.

Im vorliegenden Fall handelt es sich jedoch um eine einfache Addition von netzfrequentem Ruhesignal und dem handfrequenten Nutzsignal:

$$u_{mess}(t)=0{,}71\,\mathrm{mV}\cdot\cos(2\cdot\pi\cdot 2\,\mathrm{Hz}\cdot t)+2{,}71\,\mathrm{mV}\cdot\cos(2\pi\cdot 50\,\mathrm{Hz}\cdot t)$$



Der reale Verlauf des Bewegungssignals wird hierdurch grundsätzlich richtig erfasst.

3. Nachdem gezeigt wurde, dass das Multimeter in DC-Einstellung und MAX/MIN-Aufzeichnung nicht die Amplituden der untersuchten Spannungen erfasst, wurde von Dieter Grosch behauptet, dass es sich um die "Effektivwerte" der Signale handeln solle. Dies trifft jedoch nicht zu.

Der Effektivwert einer periodisch zeitlich veränderlichen Spannung mit Periodendauer T ist definiert durch

$$U_{eff}=\sqrt{\frac{1}{T}\cdot\int_{t_0}^{t_0+T} U^2(t)\,dt}\,.$$

Bei rein sinusförmigen Verlauf $U(t)=U_{max}\cdot\sin(\omega t)$ ergibt sich $U_{eff}=\frac{U_{max}}{\sqrt{2}}$. Wie die Untersuchungen in 6.1 und 6.2 für rein sinusförmige Spannungsverläufe gezeigt haben, misst das Multimeter in DC-Einstellung *nicht* den Effektivwert.

Wenn - wie im vorliegenden Fall bei der Stabbewegung von Hand - der periodische Spannungsverlauf Verzerrungen aufweist, kann der Effektivwert näherungsweise durch numerische Integration bestimmt werden:

$$U_{eff}=\sqrt{\frac{1}{T}\cdot\sum_{i=1}^{n} U_i^2\cdot\Delta t_i}\,.$$

Bei Wahl von gleich großen Zeitschritten $\Delta t=\frac{T}{n}$ wird daraus einfach

$$U_{eff}\approx\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} U_i^2}\,.$$

Das Multimeter tastet in DC-Einstellung das Mess-Signal mit der Messrate 7/s ab, wobei es bei der MAX/MIN-Aufzeichnung den aktuellen Maximal- und Minimalwert speichert. Schon daraus geht hervor, dass es *keine* Bestimmung des Effektivwertes durchführt.

6.4 Weitere Auswertungen

6.4.1 Tiefpass und Hochpass kombiniert

Die bei der Messung mit der Kombination von Tief- und Hochpass erhaltenen Messwerte werden hier zunächst noch einmal gegenübergestellt:

	Oszilloskop	Multimeter
$U_{pp}(r)$	(0,61 ± 0,16) mV_{pp}	(0,244 ± 0,066) mV_{pp}
$U_{pp}(b)$	(5,57 ± 0,52) mV_{pp}	(3,782 ± 0,510) mV_{pp}
ΔU	(4,96 ± 0,54) mV_{pp}	(3,538 ± 0,514) mV_{pp}
U_{max}	(2,48 ± 0,27) mV	(1,769 ± 0,257) mV

Die Werte sollen nun mit der theoretischen Voraussage für die Amplituden verglichen werden, die sich nach der Groschschen "U-Formel" ergeben (siehe Teil C, Abschnitte 2 und 3.1). Wird ein Stab mit 8 mm Durchmesser in der Spule bewegt, dann soll nach dieser Beziehung folgende Spannung entstehen:

$$U_{ind}(t)=52{,}9\cdot 10^{-9}\,\mathrm{V}\cdot\sqrt{\frac{\rho}{\mathrm{g/cm^3}}\cdot\varepsilon_r}\cdot\frac{d^2 v}{d t^2}/\mathrm{m/s^3}\,.$$

Bei sinusförmiger Bewegung ergibt sich $\frac{d^2 v}{d t^2}=-\omega^2\cdot v_{max}\cdot\cos(\omega t)$. Der Maximalwert der zweiten Ableitung ist also $\omega^2\cdot v_{max}=\omega^2\cdot\omega y_{max}=\omega^3\cdot y_{max}$.

Der verwendete Messingstab hat die Dichte 8,6 g/cm³. Die Daten der Bewegung sind: y_{max} = 5 cm, f = 2 Hz, und damit $\omega^3\cdot y_{max}=99{,}22\,\mathrm{m/s^3}$. Damit ist der Theorie nach folgende Spannung am Verstärkereingang zu erwarten:

$$U_E=52{,}9\cdot 10^{-9}\,\mathrm{V}\cdot\sqrt{8{,}6}\cdot 99{,}22=15{,}39\,\mu\,\mathrm{V}\,.$$

Bei Verstärkung mit V_U = 1000 ist die Spannung am Verstärkerausgang somit $U_1=V_U\cdot U_E=15{,}39\,\mathrm{mV}$. Der Dämpfungsfaktor des verwendeten Tiefpasses ist $k_{TP}(2\,\mathrm{Hz})=0{,}964$, und der des Hochpasses ist $k_{HP}(2\,\mathrm{Hz})=0{,}940$. Am Ausgang der Kombination von Tief- und Hochpass ist die Spannung dann $U_2=k_{HP}(2\,\mathrm{Hz})\cdot k_{TP}(2\,\mathrm{Hz})\cdot U_1=13{,}95\,\mathrm{mV}$. Ein Vergleich mit der durch Messung mit dem Oszilloskop erhaltenen Spannung U_{max} = (2,48 ± 0,27) mV zeigt, dass der theoretische Wert sehr stark von der Wirklichkeit abweicht. Bei der Spannung, die mit dem Multimeter gemessen wurde U_{max} = (1,769 ± 0,257) mV ist die Abweichung noch stärker. Dies ist nicht verwunderlich, da - wie gezeigt - das Multimeter weder Amplituden noch Effektivwerte der Signale richtig erfasst. Also: ***Die Theorie der "Ladungsentstehung durch Bewegung" kann die gemessenen Spannungen nicht erklären.***

In Teil E wurde eine klassische Erklärung der bei Stabbewegung auftretenden Spannungen dargestellt. Das dort beschriebene Verfahren zur Abschätzung der Größe der Spannung wird auf den bewegten Messingstab angewendet. Dämpfungsfaktoren bei 50 Hz: Tiefpass $k_{TP}(50\,\mathrm{Hz})=0{,}143$, Hochpass $k_{HP}(50\,\mathrm{Hz})=0{,}999$

(1) Mess-Spannung (Amplitude) auf den Verstärker-Eingang zurückrechnen:

Nutzsignal: $U_{max} = (2{,}48 \pm 0{,}27) \cdot 10^{-3}\,\mathrm{V} \cdot \frac{1}{0{,}940 \cdot 0{,}964 \cdot 1000} = (2{,}737 \pm 0{,}298) \cdot 10^{-6}\,\mathrm{V}$

Ruhesignal: $U_{max}(r) = (0{,}305 \pm 0{,}08) \cdot 10^{-3}\,\mathrm{V} \cdot \frac{1}{0{,}999 \cdot 0{,}143 \cdot 1000} = (2{,}135 \pm 0{,}560) \cdot 10^{-6}\,\mathrm{V}$

(2) Strom im Eingangskreis bei ruhendem Stab:

$$\hat{I} \approx \omega C\, U_{max}(r) \approx 2\pi \cdot 50\,\mathrm{Hz} \cdot 10 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{F} \cdot (2{,}135 \pm 0{,}560) \cdot 10^{-6}\,\mathrm{V} \approx (6{,}707 \pm 1{,}759) \cdot 10^{-15}\,\mathrm{A}$$

(3) Spannung durch kapazitive Ausgleichsströme bei bewegtem Stab:

$$\Delta U \approx \frac{\Delta C}{C^2} \cdot p \cdot \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}} \cdot T \approx \frac{1 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{F}}{\left(10 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{F}\right)^2} \cdot 0{,}1 \cdot \frac{(6{,}7 \pm 1{,}8) \cdot 10^{-15}\,\mathrm{A}}{\sqrt{2}} \cdot 0{,}5\,\mathrm{s}$$

$$\Delta U \approx (2{,}37 \pm 0{,}62) \cdot 10^{-6}\,\mathrm{V}\,.$$

Umrechnung auf den Ausgang der Kombination von Tief- und Hochpass:

$$\Delta U \approx (2{,}37 \pm 0{,}62) \cdot 10^{-6}\,\mathrm{V} \cdot 1000 \cdot 0{,}964 \cdot 0{,}940 \approx (2{,}15 \pm 0{,}53)\,\mathrm{mV}\,.$$

Ein Vergleich mit der durch Messung erhaltenen Spannung U_{max} = (2,48 ± 0,27) mV zeigt im Rahmen der Messgenauigkeit: ***Die gemessenen Spannungen lassen sich mit der klassischen Physik erklären und berechnen.***

Die Berechnung unter Verwendung der mit dem Multimeter erhaltenen Messwerte ist natürlich ungenauer, da diese Messwerte nicht mit den wirklichen Amplituden übereinstimmen und insbesondere der Messwert des Ruhesignals zu klein ist. Es ergibt sich:

(1) Mess-Spannung (Amplitude) auf den Verstärker-Eingang zurückrechnen:

Nutzsignal: $U_{max} = (1{,}769 \pm 0{,}257)\,\mathrm{mV} \cdot \frac{1}{0{,}940 \cdot 0{,}964 \cdot 1000} = (1{,}952 \pm 0{,}284) \cdot 10^{-6}\,\mathrm{V}$

Ruhesignal: $U_{max}(r) = (0{,}122 \pm 0{,}033)\,\mathrm{mV} \cdot \frac{1}{0{,}940 \cdot 0{,}143 \cdot 1000} = (0{,}854 \pm 0{,}231) \cdot 10^{-6}\,\mathrm{V}$

(2) Strom im Eingangskreis bei ruhendem Stab:

$$\hat{I} \approx \omega C\, U_{max}(r) \approx 2\pi \cdot 50\,\mathrm{Hz} \cdot 10 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{F} \cdot (0{,}854 \pm 0{,}231) \cdot 10^{-6}\,\mathrm{V} \approx (2{,}683 \pm 0{,}726) \cdot 10^{-15}\,\mathrm{A}$$

(3) Spannung durch kapazitive Ausgleichsströme bei bewegtem Stab:

$$\Delta U \approx \frac{\Delta C}{C^2} \cdot p \cdot \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}} \cdot T \approx \frac{1 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{F}}{\left(10 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{F}\right)^2} \cdot 0{,}1 \cdot \frac{(2{,}68 \pm 0{,}73) \cdot 10^{-15}\,\mathrm{A}}{\sqrt{2}} \cdot 0{,}5\,\mathrm{s}$$

$$\Delta U \approx (0{,}95 \pm 0{,}26) \cdot 10^{-6}\,\mathrm{V}$$

Umrechnung auf den Ausgang der Kombination von Tief- und Hochpass:

$$\Delta U \approx (0{,}95 \pm 0{,}26) \cdot 10^{-6}\,\mathrm{V} \cdot 1000 \cdot 0{,}964 \cdot 0{,}940 \approx (0{,}86 \pm 0{,}24)\,\mathrm{mV}\,.$$

Ein Vergleich mit der durch Messung erhaltenen Spannung U_{max} = (1,769 ± 0,257) mV zeigt, dass der berechnete Wert kleiner ist. Dies lässt sich aber leicht erklären: Da das Multimeter das

höherfrequente Ruhesignal zu klein bestimmt, ist der damit berechnete Strom im Eingangskreis zu klein, und folglich auch die damit ermittelte Spannung, die durch die kapazitiven Ausgleichsströme hervorgerufen wird. Es ergibt sich jedoch immer noch die richtige Größenordnung. Weiter zeigt der Vergleich mit dem theoretischen Wert nach "U-Formel" $U_2 = 13{,}95\,\mathrm{mV}$ auch bei den Messungen mit dem Multimeter eindeutig, dass zwischen Messung und der Theorie der "Ladungsentstehung bei Bewegung" keine Übereinstimmung besteht.

6.4.2 Hochpass allein

Zum Vergleich werden die erhaltenen Messwerte noch einmal gegenübergestellt:

	Tiefpass und Hochpass / Oszilloskop	nur Hochpass / Oszilloskop	nur Hochpass / Multimeter
$U_{pp}(r)$	(0,61 ± 0,16) mV_{pp}	(5,41 ± 0,75) mV_{pp}	(0,262 ± 0,031) mV_{pp}
$U_{pp}(b)$	(5,57 ± 0,52) mV_{pp}	(6,83 ± 0,63) mV_{pp}	(3,043 ± 0,212) mV_{pp}
$U_{pp}(b) - U_{pp}(r)$	(4,96 ± 0,54) mV_{pp}	(1,42 ± 0,98) mV_{pp}	(2,781 ± 0,214) mV_{pp}
U_{max}	(2,48 ± 0,27) mV	(0,71 ± 0,49) mV	(1,391 ± 0,107) mV

Die nach der "U-Formel" vorausgesagte Spannung am Verstärkereingang $U_E = 15{,}39\,\mu\,\mathrm{V}$ ergibt nach Verstärkung mit $V_U = 1000$ und Dämpfung durch den Hochpass mit $k_{HP}(2\,\mathrm{Hz}) = 0{,}940$ die am Ausgang des Hochpasses zu erwartende Spannung $U_{max} = 14{,}5$ mV.

Der Vergleich der Messwerte U_{max} mit diesem theoretischen Wert zeigt auch hier auf den ersten Blick, dass zwischen Messung und der Theorie der "Ladungsentstehung bei Bewegung" keine Übereinstimmung besteht. Die Messungen falsifizieren diese Theorie eindeutig.

Mit dem klassischen Verfahren zur Abschätzung der bei Stabbewegung auftretenden Spannungen erhält man hier:

	Tiefpass und Hochpass / Oszilloskop	nur Hochpass / Oszilloskop	nur Hochpass / Multimeter
U_{max}	(2,15 +- 0,53) mV (siehe 6.4.1)	(2,83 ± 0,39) mV	(0,14 ± 0,02) mV

Die Abweichung ist bei der Anordnung "nur Hochpass / Multimeter" besonders groß, da das Multimeter die vorliegenden Signale nicht richtig erfasst und weder Amplitude noch Effektivwert bestimmen lässt. Auch folgende Punkte zeigen, dass das Multimeter für die vorliegende Messaufgabe ungeeignet ist:

- Bei alleiniger Verwendung des Hochpasses zeigt das Oszilloskop, dass das im Wesentlichen netzfrequente Ruhesignal sehr hoch ist. Der Vergleich mit dem Signal bei Verwendung des Tiefpasses zeigt deutlich dessen Wirksamkeit und unterstreicht die Notwendigkeit seiner Verwendung.
- Der Vergleich der mit dem Oszilloskop ermittelten Spannungsamplituden U_{max} bei Verwendung des Tiefpasses (2,48 mV) und bei alleiniger Verwendung des Hochpasses (0,71

mV) verdeutlicht auch folgenden Sachverhalt: Die Differenzbildung von Bewegungssignal und Ruhesignal führt nicht auf das interessierende reine Bewegungssignal, wenn das höherfrequente Ruhesignal nicht stark gedämpft wird.

- Bei Messung mit dem Multimeter wird für das netzfrequente Ruhesignal ein viel zu kleiner Wert erhalten: etwa 5% des wirklichen Wertes, den das Oszilloskop liefert. Auch für das Bewegungssignal wird mit dem Multimeter ein zu kleiner Wert bestimmt, doch ist die Abweichung vom wirklichen Wert hier wegen der niedrigeren Frequenz von 2 Hz nicht ganz so drastisch (vgl. die Messungen in 6.1 und 6.2).
- Als Folge davon wird bei Messung mit dem Multimeter ein viel zu kleines Ruhesignal vom Bewegungssignal abgezogen. Obwohl auch das Bewegungssignal bei MM-Messung zu klein ist (etwa 45% des wirklichen Werts), wird durch die Differenzbildung ein zu hohes Nutzsignal ΔU und damit eine zu große Amplitude erhalten.

Fazit: ***Die Messungen mit dem Multimeter und alleiniger Verwendung des Hochpasses sind in mehrfacher Hinsicht unzuverlässig.***

7. Untersuchung des Einflusses eventueller Spulenbewegungen im Erdmagnetfeld

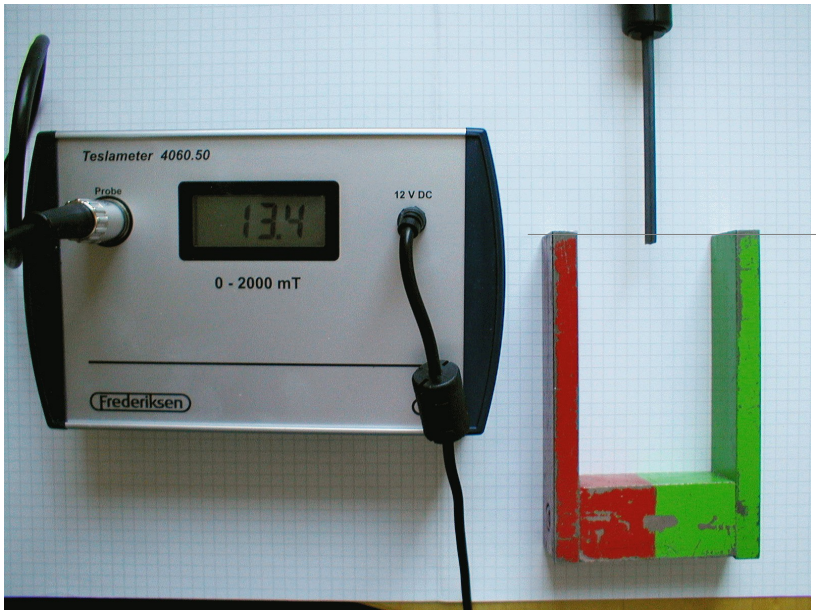
Zur Untersuchung, ob eventuelle Spulenbewegungen im Erdmagnetfeld größere Beiträge zu den Mess-Signalen bei Stabbewegung liefern, bietet es sich an, die Spule in ein stärkeres Magnetfeld einzubringen. Nach dem Induktionsgesetz $U_{ind} = -n \cdot \frac{d\Phi}{dt} = -n \cdot \frac{d\left(\vec{B} \cdot \vec{A}\right)}{dt}$ ist bei sonst gleichen Verhältnissen die Induktionsspannung proportional zur Flussdichte: $U_{ind} \sim B$. Mit der Flussdichte B_{Sp} des stärkeren Magnetfeldes am Spulenort und der Vertikalkomponente B_V des Erdmagnetfeldes gilt dann für die zugehörigen Induktionsspannungen:

$$\frac{U(B_V)}{U(B_{Sp})} = \frac{B_V}{B_{Sp}} .$$

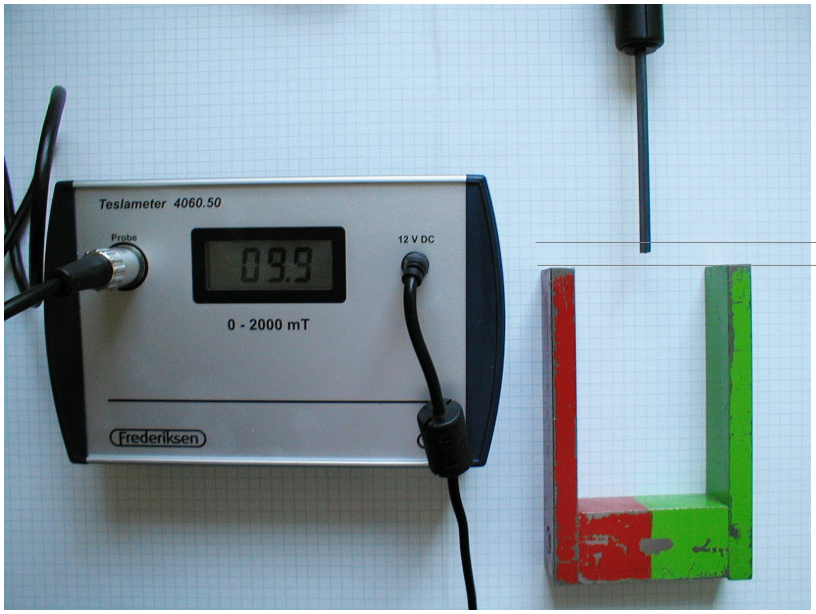
Induktionsspannungen, die im stärkeren Magnetfeld gemessen werden, können somit auf die Verhältnisse im Erdmagnetfeld umgerechnet werden.

Für ein stärkeres Magnetfeld wurde ein handelsüblicher Hufeisenmagnet verwendet. Die Messung der Flussdichte wurde mit dem Teslameter 4060.50 von Frederiksen durchgeführt (Messbereich: 0 ... 2000 mT). Zuerst wurde die Flussdichte auf der Symmetrieachse des Magneten gemessen.

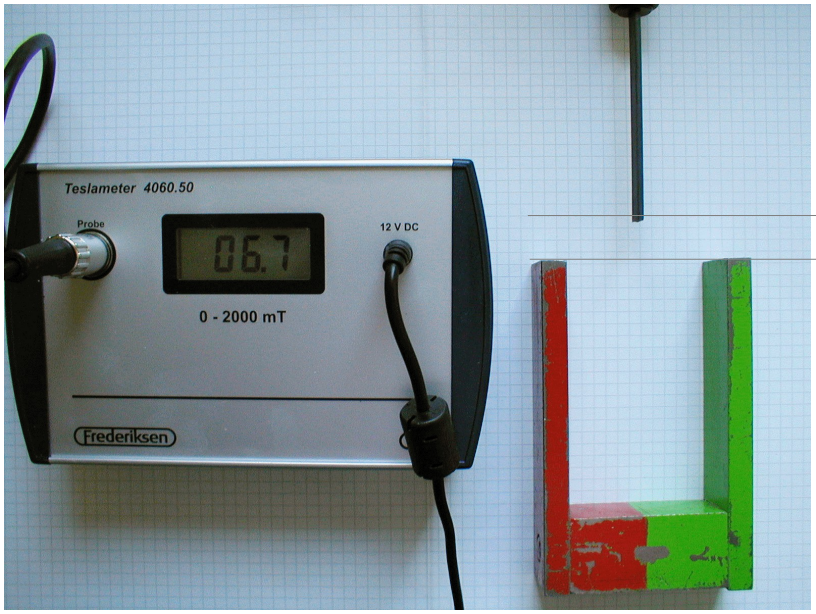
7.1. Messung der Flussdichte des Hufeisenmagneten



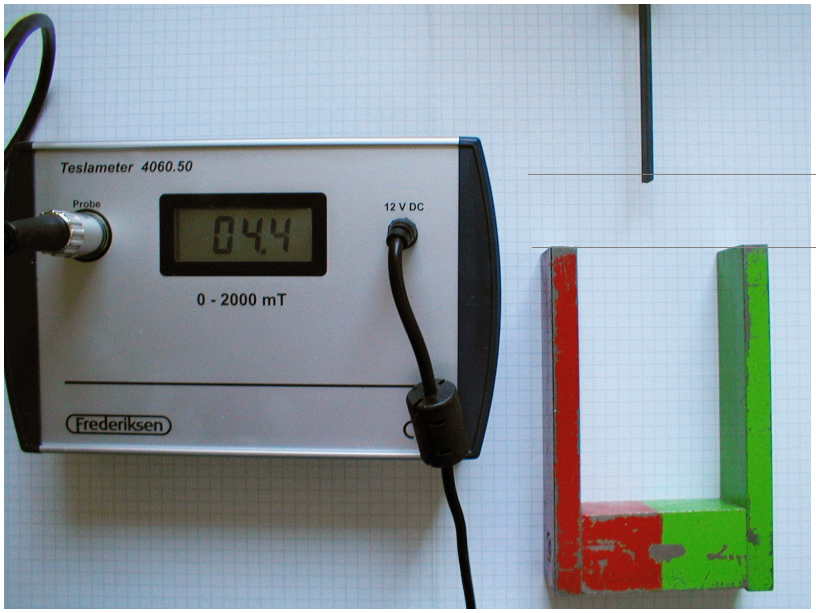
13,4 mT



9,9 mT



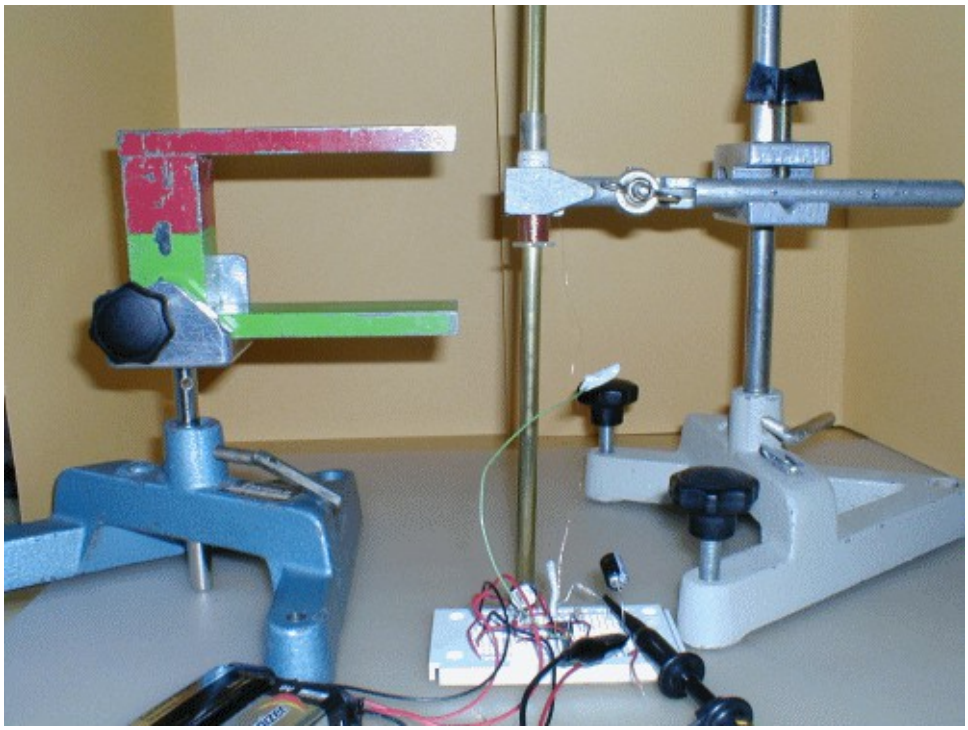
6,7 mT



4,4 mT

7.2. Magnet an der Spule

Im nächsten Schritt wurde der Magnet in etwa 3 cm Abstand von der Spulenachse angebracht (siehe Abbildung).



Für die Messungen wurden Stabbewegungen mit $f = 4$ Hz ausgeführt. Gemessen wurde die Spannung U_2 am Ausgang des Tiefpasses:

Stabmaterial	Mess-Signal U_{pp} ohne Magnet	Mess-Signal mit Magnet in Spitzen:	Signalvergrößerung $\Delta U(B_{Sp})$
Holz	5 mV_{pp}	15...18 mV_{pp}	~12 mV_{pp}
Aluminium	3...4 mV_{pp}	18...20 mV_{pp}	~16 mV_{pp}
Messing	7...8 mV_{pp}	30...35 mV_{pp}	~24 mV_{pp}

Abschließend wurde noch die Flussdichte am Spulenort (Mitte Spule) gemessen: $B_{Sp} = 4{,}5\,\mathrm{mT}$.

Zum Vergleich ist die Vertikalkomponente des Erdmagnetfeldes zu verwenden: $B_V = 45\,\mu\mathrm{T}$.

Mit diesen Flussdichtewerten kann die Signalvergrößerung im Feld des Hufeisenmagneten auf das Signal im Erdmagnetfeld umgerechnet werden:

$$\frac{\Delta U(B_V)}{\Delta U(B_{Sp})} = \frac{B_V}{B_{Sp}} = \frac{45 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{T}}{4{,}5 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{T}} = 0{,}01$$

Stabmaterial	$\Delta U(B_V)$
Holz	~0,12 mV_{pp}
Aluminium	~0,16 mV_{pp}
Messing	~0,24 mV_{pp}

Das bedeutet: Anteile des Mess-Signals, die auf eventuelle Spulenbewegung im Erdmagnetfeld zurückgehen, betragen etwa 2,4% (Holz), 4,5% (Alu), 3,2% (Messing).

7.3 Theoretische Untersuchung

Um die bei Bewegung im Erdmagnetfeld entstehende Spannung zu berechnen, wird vom Induktionsgesetz ausgegangen:

$$U_{ind} = -n \cdot \frac{d\Phi}{dt} .$$

Der magnetische Fluss hängt vom Winkel zwischen Flussdichte und Flächennormalenvektor der Spulenquerschnittsfläche ab:

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{A} = B\,A \cdot \cos(\alpha) .$$

Die Spule befindet sich anfänglich in vertikaler Lage, und wird höchstens um sehr kleine Winkel ausgelenkt. Daher genügt es, für das B-Feld die vertikale Komponente des Erdmagnetfeldes zu verwenden. Bei der Auslenkung der Spule ändern sich die Beträge von Flussdichte- und Flächenvektor nicht. Die Zeitabhängigkeit des magnetischen Flusses ist allein durch die Zeitabhängigkeit des Winkels zwischen den Vektoren gegeben:

$$\frac{d\Phi}{dt} = B\,A \cdot \frac{d\cos(\alpha(t))}{dt} = -B\,A \cdot \sin(\alpha(t)) \cdot \frac{d\alpha}{dt} .$$

Die Änderung des Winkels wird durch eine periodische Bewegung beschrieben:

$$\alpha(t) = \alpha_{max} \cdot \sin(\omega t)$$
$$\frac{d\alpha}{dt} = \omega \cdot \alpha_{max} \cdot \cos(\omega t) .$$

Für die Induktionsspannung ergibt sich damit:

$$U_{ind}(t) = n\,B\,A \cdot \omega \cdot \alpha_{max} \cdot \sin(\alpha(t)) \cdot \cos(\omega t) .$$

Die Amplitude dieser induzierten Spannung ist

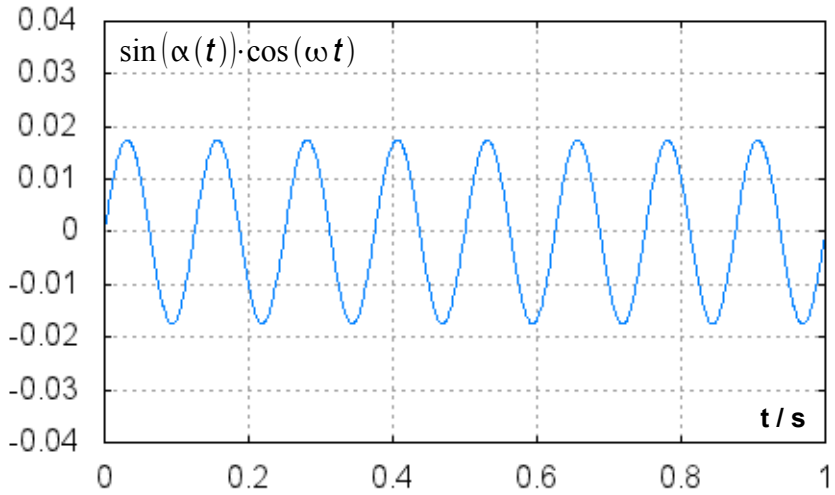
$$U_{ind,max} = n\,B\,A \cdot \omega \cdot \alpha_{max} \cdot MAX\left(\sin(\alpha(t)) \cdot \cos(\omega t)\right) .$$

Folgende Parameter liegen vor:

$$n = 850 \;;\quad B = 45 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{T} \;;\quad A = \pi r^2 = \pi \cdot \left(5 \cdot 10^{-3}\right)^2 \mathrm{m}^2 \;;\quad f = 4\,\mathrm{Hz} \;;\quad \alpha_{max} = 2° \cdot \frac{\pi}{180°} = 3{,}49 \cdot 10^{-2} .$$

Die folgende Abbildung zeigt den Verlauf des zeitabhängigen Terms

$$\sin\left(\alpha(t)\right) \cdot \cos(\omega t) = \sin\left(\alpha_{max} \cdot \sin(\omega t)\right) \cdot \cos(\omega t) :$$



Eine Extremwertuntersuchung ergibt den maximalen Wert:

$$MAX\left(\sin(\alpha(t))\cdot\cos(\omega t)\right)=0{,}01745\ .$$

Die Amplitude der induzierten Spannung ist damit

$$U_{ind,max}=9{,}1988\cdot 10^{-8}\,\mathrm{V}\ .$$

Unter Berücksichtigung des Verstärkungsfaktors $V_U=1000$ und des Dämpfungsfaktors des Tiefpasses $k_{TP}(2\,\mathrm{Hz})=0{,}964$ erhält man für die Amplitude bzw. den Spannungshub der Mess-Spannung U_2 hinter dem Tiefpass:

$$\begin{aligned} U_{2,max}&=8{,}4997\cdot 10^{-5}\,\mathrm{V}\approx 85\,\mu\,\mathrm{V} \\ \Delta U&\approx 170\,\mu\,\mathrm{V_pp}=0{,}17\,\mathrm{mV}_{\mathrm{pp}}\ . \end{aligned}$$

Dies ist in guter Übereinstimmung mit den in Abschnitt 7.2 erhaltenen experimentellen Werten.